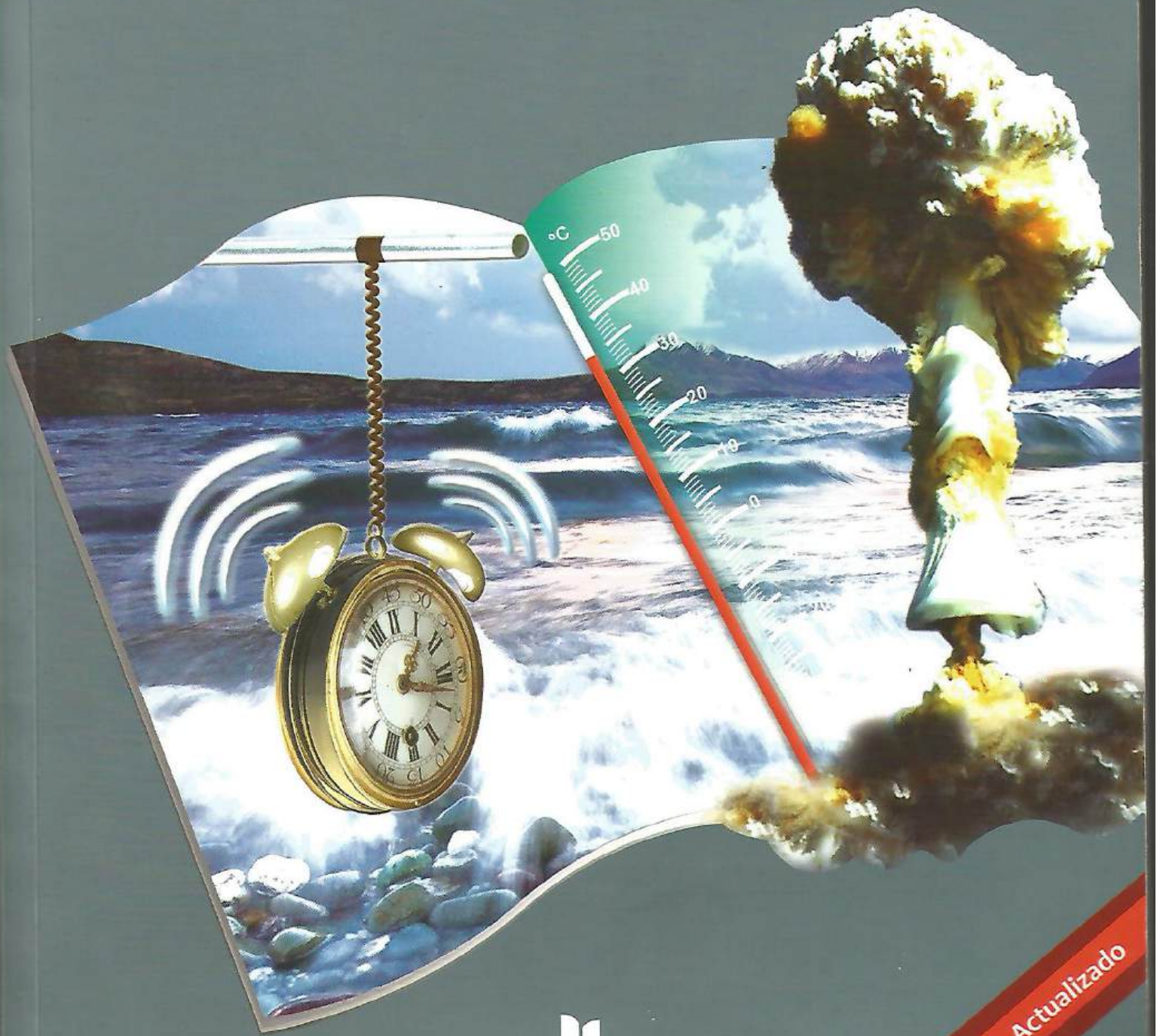
Anastácio Vilanculos
Rogério Cossa

F12

Física 12.ª Classe



Texto Editores

Programa Actualizado

f i c h a t é c n i c a

título	**F12 • Física 12.ª Classe**
autores	**Anastácio Vilanculos • Rogério Cossa**
coordenação	**João Paulo Menezes**
editor	**Texto Editores, Lda. – Moçambique**
capa e aberturas	**Belmiro Fernando**
ilustrações	**Texto Editores**
arranjo gráfico	**Darlene Mavale**
paginação	**Belmiro Fernando e Arlindo Pais Uamusse**
pré-impressão	**Texto Editores, Lda.**
impressão e acabamentos	**Texto Editores, Lda.**

Texto Editores

Avenida Julius Nyerere, 46 • Bairro Polana • Cimento B • Maputo • Moçambique
Tels. (+258) 21 49 86 48 • 21 49 90 71 Fax: 21 49 86 48
E-mail: info@me.co.mz

© 2010, Texto Editores, Lda.

Reservados todos os direitos. É proibida a reprodução desta obra por qualquer meio (fotocópia, offset, fotografia, etc.) sem o consentimento escrito da Editora, abrangendo esta proibição o texto, a ilustração e o arranjo gráfico. A violação destas regras será passível de procedimento judicial, de acordo com o estipulado no Código do Direito de Autor. D.L. 4 de 27 de Fevereiro de 2001.

MAPUTO, MAIO de 2015 • 2.ª EDIÇÃO • 2.ª TIRAGEM • REGISTADO NO INLD SOB O NÚMERO: 6450/RLINLD/2010

Ondas electromagnéticas

No seu dia-a-dia, bem como nas classes leccionadas anteoriormente, já ouviu falar de ondas. Nessas classes o conceito de onda foi sempre associado às oscilações. Por isso, é importante recordar que **onda é a propagação das oscilações no espaço e no tempo.**

As oscilações mecânicas dão origem às ondas mecânicas e as oscilações eléctricas dão origem às ondas electromagnéticas.

As ondas electromagnéticas são assim designadas porque as oscilações eléctricas criam um campo magnético variável e, por sua vez, o campo magnético variável cria um campo eléctrico variável.

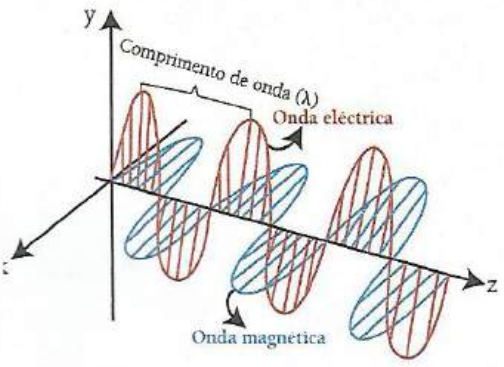


Fig. 1.1 Campos eléctricos e magnéticos oscilantes originam as ondas electromagnéticas.

A ideia de que um campo eléctrico variável cria um campo magnético variável foi proposta por Maxwell, em 1864. Nesta base, Maxwell previu que quando uma carga eléctrica oscila, ela deve emitir uma onda electromagnética criando um campo eléctrico variável acompanhado de um campo magnético, também variável, com a mesma frequência de oscilação.

Os valores do vector de intensidade do campo eléctrico $\vec{E}$ e do vector de indução electromagnética $\vec{B}$ variam periodicamente, oscilam em planos perpendiculares entre si e em relação ao seu sentido de propagação. Por isso, as ondas electromagnéticas são ondas transversais (Fig. 1.1).

Maxwell mostrou ainda que a velocidade de todas as ondas electromagnéticas é dada pela expressão:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}}$$

onde:

μ_0 – é a permeabilidade magnética do vácuo ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H\,m^{-1}}$).

ε_0 – é a constante dieléctrica do vácuo ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2\,N^{-1}\,m^{-2}}$).

Assim,

$$c = \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times 8{,}85 \times 10^{-12}}} \Leftrightarrow c = \frac{1}{\sqrt{1{,}12 \times 0^{-17}}} = 2{,}9986 \times 10^8\ \mathrm{m/s} \approx 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$$

Espectro das ondas electromagnéticas

Como já deve saber, as ondas são caracterizadas pela sua frequência, ou pelo seu comprimento de onda, e estas duas grandezas são inversamente proporcionais. Por isso, quanto maior é o comprimento de onda, menor é a sua frequência e vice-versa, ou seja, para as ondas mecânicas é válida a relação, $v = \lambda \cdot f$.

EduSkills
MOÇAMBIQUE

Biblioteca Digital EduSkills

Livros, exames e materiais de apoio para estudar melhor



100% Gratuito

Livros Escolares	Exames Escolares	Exames de Admissão	Exames Resolvidos
CLIQUE AQUI	CLIQUE AQUI	CLIQUE AQUI	CLIQUE AQUI

Estude onde estiver.
Aprenda no seu ritmo.
Construa o seu futuro.

A Biblioteca Digital **EduSkills** é o seu companheiro de estudo para alcançar melhores resultados e realizar sonhos.

ACEDER À BIBLIOTECA

www.eduskills.co.mz

CONFIANÇA
Segurança, credibilidade e compromisso.

EDUCAÇÃO
Conhecimento que transforma vidas.

MOÇAMBIQUE
Orgulho de ser moçambicano, foco no nosso país.

INOVAÇÃO
Tecnologia e educação caminhando juntas.

Esta relação também é válida para as ondas electromagnéticas, só que no lugar de v coloca-se a letra *c* que, como vimos atrás, representa a velocidade da luz no vácuo. Assim,

$$c = \lambda \cdot f$$

onde: $c = 3 \times 10^8$ m/s.

O comprimento de onda no SI é expresso em metros (m). Porém, também se usa o nanómetro (nm) (onde 1 nm = 10^{-9} m).

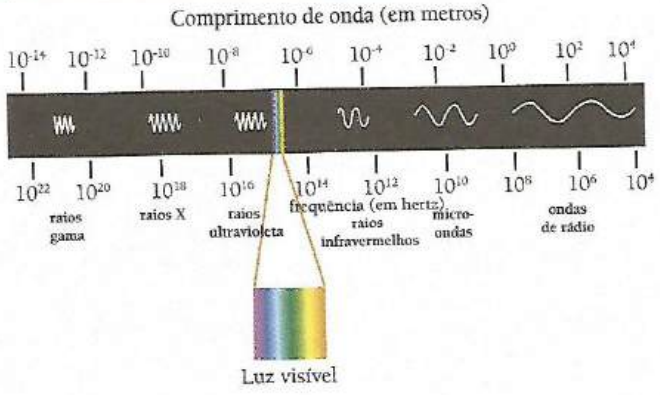
Esta velocidade representa a velocidade máxima que se pode atingir em vácuo na Natureza.

Esta relação também mostra que para as ondas electromagnéticas existe igualmente uma relação de proporcionalidade inversa entre o comprimento de onda e a frequência.

O facto de as ondas serem caracterizadas pelo seu comprimento de onda ou pela sua frequência, leva-nos ao conceito de espectro de ondas electromagnéticas. Deste modo:

O espectro das ondas electromagnéticas é o conjunto de todas as ondas ou radiações electromagnéticas, ordenadas de acordo com a sua frequência ou com o seu comprimento de onda.

A Espectro das ondas electromagnéticas



B Classificação segundo a frequência

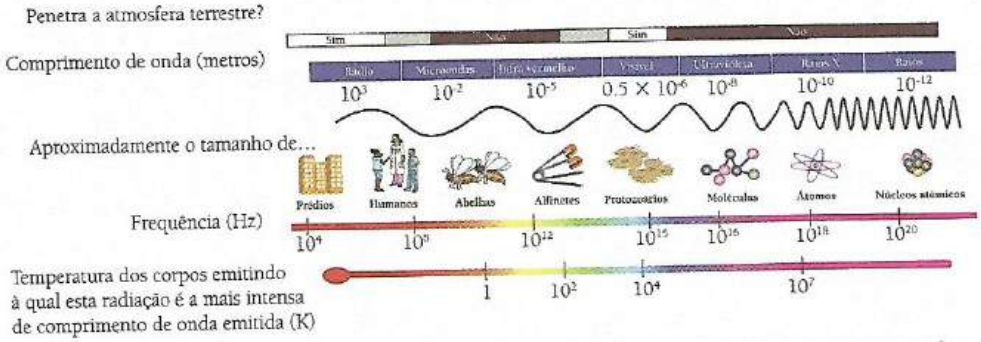


Fig. 1.2 Comprimento de onda e frequência das ondas electromagnéticas: aumentando a frequência diminui o comprimento de onda.

Na figura 1.2 está representado o espectro das ondas electromagnéticas, ou seja, toda a família das ondas electromagnéticas. Na figura 1.2 A as ondas electromagnéticas foram classificadas de acordo com o seu comprimento de onda. Como se pode ver, as ondas de rádio e televisão são as de maior comprimento de onda, e à radiação cósmica corresponde o menor comprimento de onda. Porém, devido à relação de proporcionalidade inversa entre o comprimento de onda e a frequência, as ondas de rádio e televisão são as ondas de menor frequência e a radiação cósmica a de maior frequência (Fig. 1.2 B).

Propriedades gerais das ondas electromagnéticas

Em seguida são apresentadas algumas propriedades que são comuns a todas as ondas electromagnéticas. São estas propriedades que ditam a aplicação das radiações electromagnéticas na ciência e no nosso quotidiano.

Assim, as propriedades gerais das ondas electromagnéticas são as seguintes:

- Propagam-se em linha recta.
- Propagam-se com velocidade constante sendo no vácuo igual a 3×10^8 m/s ($c = 3 \times 10^8$ m/s).
- Atravessam corpos opacos.
- São reflectidas por superfícies metálicas.
- Provocam elevação da temperatura nos corpos que atravessam.
- Sofrem reflexão, refracção, interferência, dispersão, polarização, etc.
- Quanto maior o seu comprimento de onda, maior é o seu poder de penetração (poder de atravessar as substâncias).
- Quanto menor o seu comprimento de onda, maior é o seu poder de dispersão (facilmente as ondas se espalham).

Do estudo da óptica sabemos que a luz se propaga em linha recta. Mas como já sabe, a luz é também uma onda electromagnética. Por isso, não é só a luz que se propaga em linha recta, mas todas as outras ondas electromagnéticas também se propagam em linha recta.

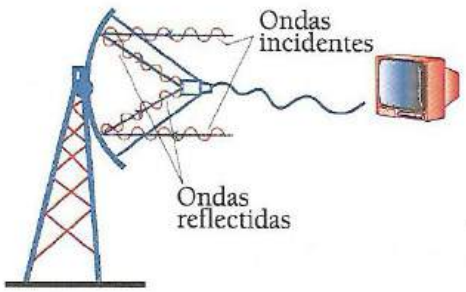


Fig.1.3 Antena parabólica

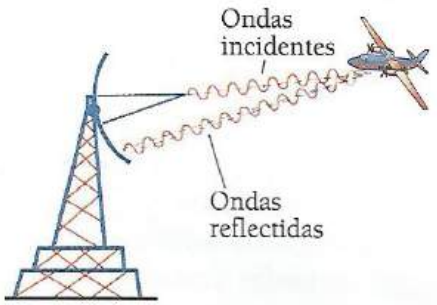


Fig.1.4 O radar

A letra c representa uma constante universal que é, como já vimos antes, a velocidade de propagação da luz no vácuo. Noutros meios como a água, o vidro, o plástico, etc., a velocidade da luz é relativamente menor.

Por exemplo, quando escutamos rádio ou vemos televisão em casa não precisamos de abrir as janelas e as portas para recebermos o sinal de rádio ou de televisão. Isto deve-se ao facto de as ondas electromagnéticas atravessarem corpos opacos. Porém, são reflectidas por superfícies metálicas. Por isso, as superfícies das antenas parabólicas são metálicas. Assim, as ondas electromagnéticas que incidem sobre a superfície da antena são reflectidas para o captador de sinais, colocado no foco da superfície parabólica da antena, o qual envia os sinais para a televisão (Fig. 1.3).

Um radar detecta a aproximação de um avião porque as ondas electromagnéticas por ele emitidas, neste caso constituídas por microondas, são reflectidas pela superfície metálica do avião e retornam ao radar (Fig. 1.4).

Quando estamos ao Sol a temperatura do nosso corpo aumenta, porque as ondas electromagnéticas emitidas pelo Sol atravessam o nosso corpo e provocam a elevação da nossa temperatura.

Quando a luz passa por um sítio estreito (por exemplo, um orifício), esta depois difunde-se amplamente. A esse fenómeno dá-se o nome de difracção. A luz também se difunde quando atravessa uma camada de água suja, por exemplo. Esse fenómeno é a dispersão. Por isso, em dias de céu coberto, a luz do Sol espalha-se ao incidir sobre as pequenas gotas de água que constituem as nuvens, daí que não ilumine eficazmente a superfície da Terra.

A tabela 1 que se segue apresenta a banda de comprimentos de onda e a banda de frequências de todo o espectro das ondas electromagnéticas e as aplicações mais importantes de cada radiação na ciência.

Tabela 1: Banda de comprimentos de onda e banda de frequências de todo o espectro das ondas electromagnéticas e as suas aplicações principais

Nome	Banda de λ (m)	Banda de f (Hz)	Aplicação
Ondas longas	$1 \times 10^{4} - 1 \times 10^{3}$	$3 \times 10^{4} - 3 \times 10^{5}$	Comunicação a longa distância
Ondas médias	$1 \times 10^{3} - 1 \times 10^{2}$	$3 \times 10^{5} - 3 \times 10^{6}$	Estação de rádio local
Ondas curtas	$1 \times 10^{2} - 1 \times 10^{1}$	$3 \times 10^{6} - 3 \times 10^{7}$	Rádios amadores
VHF (Very High Frequency)	$1 \times 10^{1} - 1 \times 10^{0}$	$3 \times 10^{7} - 3 \times 10^{8}$	Emissão local de rádio em FM (frequência modulada)
UHF (Ultra High Frequency)	$1 \times 10^{0} - 1 \times 10^{-1}$	$3 \times 10^{8} - 3 \times 10^{9}$	Emissor de televisão
Microondas	$1 \times 10^{-1} - 1 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{9} - 3 \times 10^{11}$	Telefones celulares, satélites e radares
Infravermelha	$1 \times 10^{-3} - 7 \times 10^{-7}$	$3 \times 10^{11} - 4 \times 10^{14}$	Radiação térmica e fibras ópticas
Radiação visível	$7 \times 10^{-7} - 4 \times 10^{-7}$	$4 \times 10^{14} - 8 \times 10^{14}$	Iluminação e comunicação visual
Ultravioleta	$4 \times 10^{-7} - 1 \times 10^{-9}$	$8 \times 10^{14} - 3 \times 10^{17}$	Fotoquímica
Raios X	$1 \times 10^{-9} - 1 \times 10^{-11}$	$3 \times 10^{17} - 3 \times 10^{19}$	Medicina
Raios γ	$1 \times 10^{-11} - 1 \times 10^{-13}$	$3 \times 10^{19} - 3 \times 10^{21}$	Esterilização de alimentos
Radiação cósmica	1×10^{-13}	3×10^{21}	Estudos científicos

Em seguida, faremos um breve estudo das radiações que compõem o espectro das radiações electromagnéticas. Ocupar-nos-emos, fundamentalmente, das suas propriedades bem como das suas aplicações na ciência.

Iniciaremos o nosso estudo pela radiação infravermelha e ultravioleta, ao que se seguirá a radiação visível, os raios X e os raios γ.

Propriedades e aplicações da radiação infravermelha (IV)

As principais propriedades e aplicações deste tipo de radiação electromagnética são as seguintes:

- É radiação invisível com comprimento de onda entre os 780 nm e 1 cm.
- O seu comprimento de onda é inversamente proporcional à temperatura do corpo que a absorve.
- Provoca o aumento da temperatura nos corpos que a absorvem.
- É usada no tratamento de rupturas musculares, para secar tinta de carros após a sua pintura, nos fogões e fornos de cozinha, etc.
- São detectadas através de detectores fotográficos, fotoeléctricos, etc.

À excepção da radiação visível, todas as radiações electromagnéticas são invisíveis a olho humano.

Considera-se que todos os corpos são emissores de radiação infravermelha, mas quanto maior é a temperatura do corpo, menor é o comprimento de onda da radiação infravermelha por ele emitida. Isso significa que os corpos mais quentes emitem radiação infravermelha de pequenos comprimentos de onda e os corpos mais frios emitem radiação infravermelha de maior comprimento de onda.

Este facto é usado para ver e fotografar no escuro. Para ver no escuro usam-se os chamados detectores de raios infravermelhos e para fotografar no escuro usam-se filmes sensíveis à radiação infravermelha.

Propriedades e aplicações da radiação ultravioleta (UV)

As principais propriedades e aplicações deste tipo de radiação electromagnética são as seguintes:

- É radiação invisível cuja banda de comprimentos de onda se situa entre os 1 nm e 380 nm.
- É absorvida pelo ozono (O_3) e por superfícies fluorescentes.
- Produz queimaduras quando incide sobre a pele humana, podendo causar o chamado cancro da pele.
- Quando absorvida por substâncias fluorescentes é emitida na forma de radiação visível.
- É usada no fabrico de lâmpadas fluorescentes, de tintas e detergentes de lavar roupa para aumentar o seu brilho.

Como sabe, a radiação ultravioleta é invisível. Porém, quando incide sobre uma substância fluorescente é reflectida na forma de radiação visível. Por isso é que as substâncias fluorescentes apresentam um brilho mais intenso do que as não fluorescentes.

Espectro óptico

A radiação ou luz visível é composta por ondas electromagnéticas cuja banda de comprimentos de onda se situa entre os 380 nm e os 780 nm. Porém, esta radiação é composta por outras radiações que também se distinguem pelo seu comprimento de onda ou pela sua frequência.

O espectro óptico é o conjunto de todas as radiações que compõem a radiação visível, ordenadas de acordo com o seu comprimento de onda ou a sua frequência.

As cores que representam o espectro óptico são a violeta, azul, verde, amarela, laranja e vermelha. Na figura 1.5 está representado o espectro óptico. Como pode ver, a cor de maior comprimento de onda é a vermelha e a de menor comprimento de onda é a violeta. Mas como o comprimento de onda é inversamente proporcional à frequência, a cor vermelha é a de menor frequência e a violeta a de maior frequência (tabela 2).

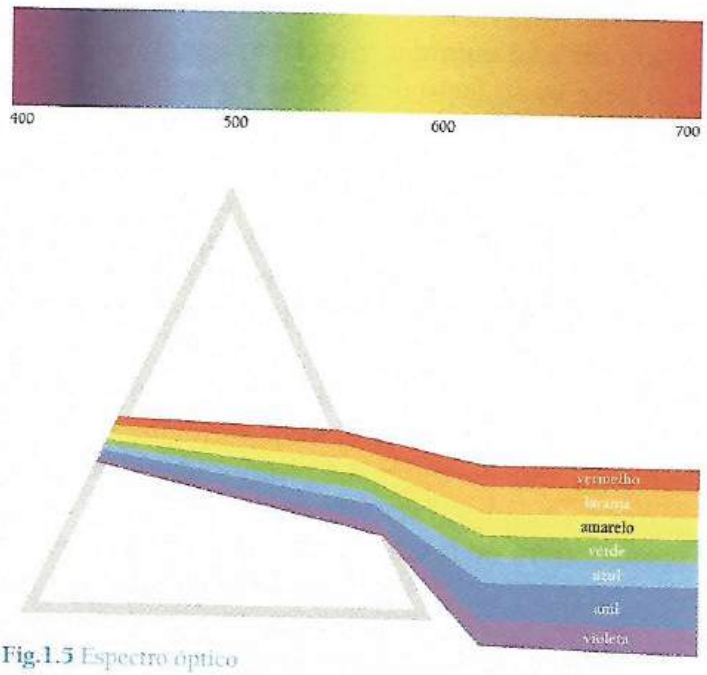


Fig.1.5 Espectro óptico

A tabela 2 apresenta a banda de comprimentos de onda e a banda de frequências das radiações que constituem o espectro óptico.

Tabela 2: Banda de comprimentos de onda e banda de frequências do espectro óptico

Cor da radiação	Banda de f (10^{14} Hz)	Banda de λ (nm)
Violeta	7,9 – 6,6	380 – 455
Azul	6,6 – 6,1	455 – 492
Verde	6,1 – 5,2	492 – 575
Amarela	5,2 – 5,0	575 – 597
Laranja	5,0 – 4,8	597 – 623
Vermelha	4,8 – 3,8	623 – 780

O conhecimento do espectro óptico permite-nos explicar certos fenómenos naturais tais como o arco-íris, as cores dos corpos, etc.

O arco-íris, por exemplo, é o resultado da dispersão da luz branca nas gotas minúsculas do vapor de água da atmosfera. Por isso, as cores do arco-íris são as que constituem o espectro óptico.

Já dissemos que as cores dos corpos podem ser explicadas com base no espectro óptico. Desta forma, um corpo apresenta-se verde quando sobre ele incide luz branca, porque ele reflecte a cor verde e absorve todas as outras radiações que constituem o espectro óptico. Por isso, um corpo que se apresente branco reflecte todas as radiações que incidem sobre ele, enquanto que um corpo que se apresente negro (preto) absorve todas as radiações que incidem sobre ele, não reflectindo nenhuma. Assim se pode explicar o facto de em dias quentes ser aconselhável o uso de roupas claras ao invés de escuras, pois enquanto que as roupas claras reflectem as radiações electromagnéticas, as escuras absorvem-nas.

Outro facto curioso é a cor do céu ao amanhecer, ao entardecer e durante o dia. Como sabe, ao amanhecer e ao entardecer o céu apresenta-se de cor alaranjada com tendência para o vermelho. Isto deve-se ao facto de o Sol se encontrar muito afastado da Terra. Assim, as radiações que chegam até nós são as de maior comprimento de onda, neste caso as cores laranja e vermelha, pois, como sabe, quanto maior é o comprimento de onda da radiação, maior é o seu poder de atravessar substâncias. Porém, durante o dia, o Sol está mais próximo de nós e o céu apresenta-se azul, que é uma das cores de menor comprimento de onda. E como vimos anteriormente, quanto menor é o comprimento de onda, maior é o seu poder de se difundir. Portanto, a cor azul espalha-se colorindo o céu durante o dia.

Outro fenómeno também muito interessante está relacionado com a existência das algas verdes e vermelhas no mar. Como a cor vermelha é a de maior comprimento de onda, consequentemente é a cor que atinge maior profundidade nas águas do mar enquanto a verde atinge menor profundidade devido ao seu menor comprimento de onda. Assim se explica que as algas vermelhas se encontrem no fundo do mar e as algas verdes a menores profundidades.

Exercícios resolvidos

1. Uma estação de rádio de alta frequência (VHF) transmite numa frequência de 100 MHz (1 MHz = 10^6 Hz). Se a velocidade das ondas é de 3×10^8 m/s, calcule:

   a) O comprimento de onda das referidas ondas.

   b) O tempo gasto a alcançar um aparelho de rádio a uma distância de 60 km da estação.

   Resolução:

   a) $c = \lambda \cdot F \Rightarrow \lambda = \dfrac{3 \cdot 10^8}{10^8} = 3 \text{ m}$

   b) $d = v \cdot \Delta t \quad \text{com} \quad v = c \Rightarrow \Delta t = \dfrac{d}{c} = \dfrac{6 \cdot 10^4 \text{ m}}{3 \cdot 10^2 \text{ m/s}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

2. A frequência dos raios infravermelhos é da ordem dos:

   A. 10^{14} B. 10^{17} C. 10^9 D. 10^{15} E. 10^{13}

Resolução:

De acordo com a tabela 1, a radiação em questão ocupa a faixa de frequências entre 10^{11} Hz e 10^{14} Hz. Opção E.

3. Uma substância que absorve radiação __(a)__ e emite parte da energia absorvida na forma de __(b)__, é chamada __(c)__ .

Escolha a variante correcta para preencher os espaços vazios.

	(a)	(b)	(c)
A.	infravermelha	luz visível	fluorescente
B.	infravermelha	luz visível	radiante
C.	ultravioleta	luz visível	fluorescente
D.	ultravioleta	luz visível	radiante
E.	visível	ultravioleta	fluorescente

Resolução:

Opção C.

Radiação do corpo negro

Já vimos que todo o corpo pode ser considerado emissor de radiação infravermelha em virtude da sua temperatura e que quanto maior é a temperatura do corpo, menor é o comprimento de onda da radiação por ele emitida.

> A radiação térmica é a radiação electromagnética que um corpo emite à custa da sua energia interna, isto é, à custa da sua temperatura.

A radiação térmica é constituída, fundamentalmente, por radiação infravermelha.

Formas de transmissão de calor

Existem três formas de troca de calor entre os corpos: condução, convecção e radiação.

A troca de calor por **condução** ocorre quando se põem em contacto dois corpos e o calor se transmite de um ponto para outro do corpo sem que haja transporte de matéria. Por isso, a transferência de calor por condução ocorre apenas nos sólidos. Por exemplo, quando colocamos parte de uma colher metálica em água quente colher acaba por aquecer toda.

A troca de calor por **convecção** ocorre quando as partículas que constituem o corpo se deslocam dum ponto para outro devido à variação da sua densidade. Esta forma de transferência de calor ocorre nos líquidos e nos gases. Por exemplo, quando aquecemos um líquido ou um gás a sua densidade diminui. Assim, as partículas que constituem o líquido ou gás, movem-se das altas temperaturas para as baixas temperaturas. Um exemplo interessante da transmissão de calor por convecção ocorre quando se aquece água numa panela, por exemplo, até que ela ferva. A figura 1.6 elucida este fenómeno.



Fig. 1.6 Formas de transferência de calor

Como a chama se encontra na parte de baixo da panela, a água no fundo acaba por ficar mais quente que a de cima. Assim, a densidade da água do fundo da panela diminui e a água sobe. Mas como a água de cima está mais fria, desce devido à sua maior densidade. Por isso é que quando a água ferve cria-se uma espécie de remoinho. Este facto deve-se ao movimento da água de baixo para cima e de cima para baixo, isto é, devido à tranferência de calor por convecção.

A troca de calor por radiação é constituída, fundamentalmente, por raios infravermelhos. Por exemplo, o calor do Sol é transmitido até à Terra por radiação, isto é, através de ondas electromagnéticas. Como sabe, esta radiação é constituída essencialmente por radiação infravermelha.

A troca de calor por radiação é aquela que ocorre através de ondas ou radiações electromagnéticas.

Teoria de Prévost sobre a troca de calor

A figura 1.7 representa um corpo A a uma temperatura T_A, colocado dentro de um compartimento B, cuja temperatura T_B se mantém constante. Dentro do compartimento reina o vácuo e o fio que suspende o corpo A, não é um condutor térmico. Como vê, entre os corpos A e B só pode haver troca de calor sob a forma de radiação, porque não havendo contacto entre os corpos, o calor não se pode transmitir por condução e como dentro do compartimento reina o vácuo, também não pode haver troca de calor por convecção. Assim, podemos discutir as duas possibilidades seguintes:

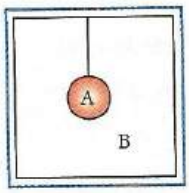


Fig.1.7 Teoria de Prévost

- Se $T_A > T_B$, a temperatura de A vai diminuir e a de B vai aumentar até que se iguale a temperatura de B ($T_A = T_B$).
- Se $T_A < T_B$, a temperatura de A vai aumentar e a de B vai diminuir até que se iguale a temperatura de B ($T_A = T_B$).

Como vê, pode parecer que quando se atinge o equilíbrio cessa a troca de calor.

Em 1792, Prévost sugeriu que uma vez atingido o equilíbrio não cessa a troca de calor entre os corpos. Acontece, simplesmente, que a quantidade de calor que vai de A para B é igual à quantidade de calor que é absorvida por B.

Desta forma estabeleceu-se uma nova teoria que ficou conhecida como teoria de Prévost que é hoje aceite.

Quando um corpo está à mesma temperatura que o meio que o circunda, a radiação emitida para o meio é igual à radiação absorvida pelo mesmo meio.

Como consequência da teoria de Prévost, um corpo que é um bom absorvente de radiação é também um bom emissor, pois, caso contrário, a sua temperatura iria aumentar para além (acima) da temperatura do meio circundante.

Como vimos anteriormente, o corpo negro é aquele que absorve toda a radiação que incide sobre ele. Assim,

Corpo negro é aquele que melhor absorve e emite radiação electromagnética.

Isto é consequência directa da teoria de Prévost. O corpo negro é considerado um absorvedor «perfeito» de radiação. Na prática um corpo negro é um modelo que consiste numa cavidade, com uma esfera (Fig. 1.8), com o seu interior completamente negro e um pequeno orifício, onde toda a radiação que por ele entre tem poucas hipóteses de sair. Porém, se aquecermos o corpo até uma certa temperatura, irá emergir (sair) radiação electromagnética da cavidade a que se dá o nome de **radiação do corpo negro**.

Radiação do corpo negro é a radiação electromagnética emitida por um corpo negro quando aquecido a uma certa temperatura.

Para caracterizarmos a radiação do corpo negro necessitamos de definir a intensidade da radiação, I.

A **intensidade da radiação** é a energia emitida por um corpo por unidade de tempo e por unidade de superfície. $I = \frac{E}{A\,\Delta t}$

A intensidade da radiação mede a quantidade de energia que sai da superfície de um corpo por unidade de tempo. A sua unidade SI é o Watt por metro quadrado, W m $^{-2}$.

Fazendo uma análise espectral da radiação dum corpo negro, medindo a emissividade para diferentes temperaturas em função do comprimento de onda ou da frequência, obtém-se a família de curvas apresentadas nas figuras 1.9 A e 1.9 B.

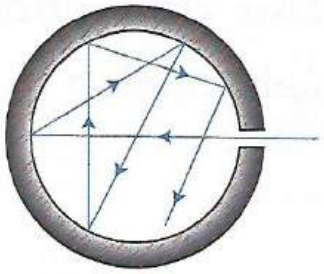


Fig.1.8 Corpo negro

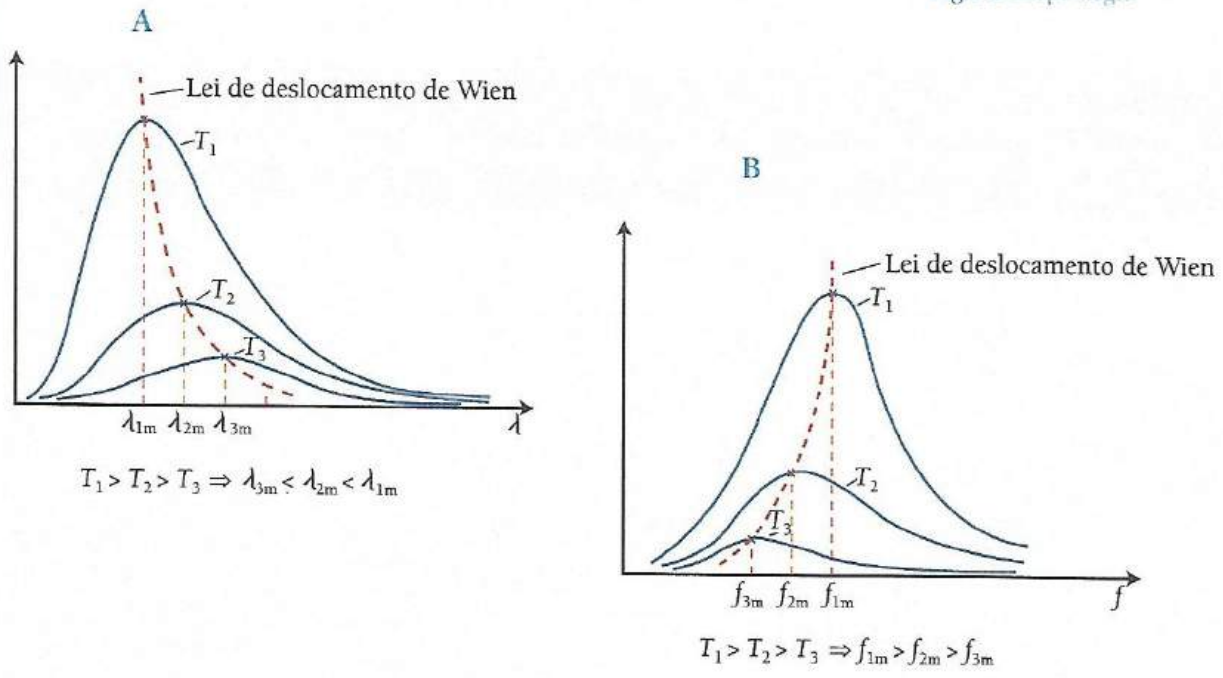


Fig.1.9 Intensidade da radiação em função do comprimento de onda e da frequência

Com base nas curvas é fácil concluir que:

- Quando a temperatura do corpo negro cresce, a intensidade de cada banda de comprimento de onda também cresce.
- Mesmo a 1 000 K, apenas uma pequena fracção da radiação do corpo negro é constituída por radiação visível.
- Para cada temperatura T, a intensidade tem um máximo a um determinado comprimento de onda (ou determinada frequência), a partir do qual a intensidade decresce com o aumento do comprimento de onda (ou da frequência).
- Quanto maior é a temperatura do corpo, menor é o comprimento de onda máximo da radiação emitida e consequentemente maior é a frequência (pois f é inversamente proporcional a λ).
- Quanto maior é a temperatura, maior é a intensidade total da radiação emitida.
- A área subentendida pela curva espectral dá-nos a emissividade total a uma determinada temperatura.

Leis da radiação do corpo negro

Lei de Wien

Do gráfico anterior vimos que quanto maior é a temperatura do corpo negro, menor é o comprimento de onda máximo. Isto significa que existe uma relação de proporcionalidade inversa entre a temperatura do corpo e o comprimento de onda a que corresponde a intensidade máxima da radiação por ele emitida. Esta conclusão constitui a chamada lei de deslocamento de Wien ou, simplesmente, **Lei de Wien**. Por isso,

Lei de Wien – O comprimento de onda a que corresponde a intensidade máxima da radiação emitida por um corpo negro é inversamente proporcional à sua temperatura absoluta $\left(\lambda_{máx} \sim \frac{1}{T}\right)$.

Como consequência da Lei de Wien temos a equação:

$$\lambda_{máx} = \frac{B}{T}$$

onde:

B é a constante de Wien ($B = 2{,}898 \times 10^{-3}$ m K), T é a temperatura em kelvin, K, e $\lambda_{máx.}$ é o comprimento de onda a que corresponde a intensidade máxima da radiação emitida pelo corpo negro que vem expresso em metros, m, no SI.

Lei de Stefan-Boltzmann

Do gráfico da figura 1.9. anterior também vimos que quanto maior é a temperatura, maior é a intensidade da radiação do corpo negro. Isto mostra que existe uma relação de proporcionalidade directa entre a intensidade da radiação e a temperatura.

Lei de Stefan-Boltzmann – A intensidade total da radiação emitida por um corpo negro é directamente proporcional à quarta potência da sua temperatura absoluta ($\varepsilon \sim T^4$).

Como consequência da Lei de Stefan-Boltzmann temos a equação:

$$I = \sigma\ T^4$$

onde:
σ é a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$).

Mas os corpos reais não se comportam exactamente como um corpo negro. Para corpos reais a lei de Stefan-Boltzmann toma a forma:

$$I = \varepsilon\ \sigma T^4$$

onde:
ε é a emissividade e é um factor numérico compreendido entre 0 e 1, que depende da constituição do corpo emissor.

A emissividade, ε é igual a:

- Opara um corpo reflector perfeito (não absorve nenhuma radiação).
- 1 para um corpo negro (absorver perfeito).

De acordo com a lei de Wien, $\lambda \cdot T = B$, conclui-se que:

- Quanto maior o comprimento de onda (menor a frequência) da radiação emitida pelo corpo, menor a temperatura a que o corpo se encontra e vice-versa.
- Por sua vez, a lei de Stefan-Boltzmann, $I = \sigma \cdot T^4$ diz-nos que se T aumenta n vezes, a intensidade da radiação aumenta n^4 vezes.



Fig. 1.10 Corpo negro com linhas de absorção

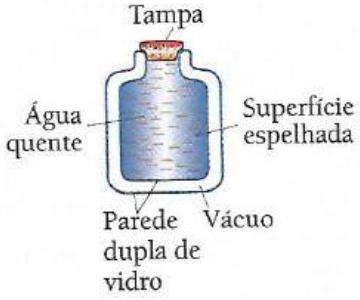
1. Enumere quatro propriedades comuns de todas as ondas electromagnéticas.
2. Que tipo de radiação electromagnética:
   a) Produz queimaduras sobre a pele humana quando nos expomos demoradamente ao Sol?
   b) Atravessa uma camada fina de chumbo?
   c) É usada na comunicação via satélite?
   d) É usada num controlo remoto de um receptor de TV?
3. O esquema seguinte representa o espectro das ondas electromagnéticas.

Rádio	Microondas	A	Radiação visível	UV	Raios X	B

   a) Que radiações preenchem as zonas A e B?
   b) Que radiação possui menor comprimento de onda? E maior frequência?
   c) Que radiação é usada para diagnósticos médicos? E nos sistemas de segurança?

4. A figura ao lado representa uma garrafa térmica.

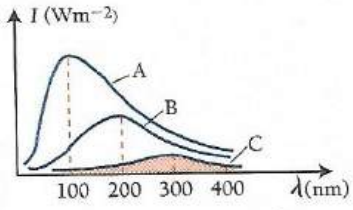
   Explique por que é que a garrafa tem:
   a) Uma parede dupla de vidro?
   b) Vácuo entre as duas paredes?
   c) Superfície interna espelhada?



5. a) Por que é que no deserto se deve usar mais roupa branca do que preta?
   b) Entre um corpo branco e outro negro, qual deles absorve melhor a radiação térmica? E qual deles emite melhor? Justifique.

6. Em locais de escuridão total pode tirar-se uma foto «normal» usando um *flash* luminoso de radiação visível. Nestas condições, as partes negras do corpo fotografado saem novamente negras e as partes claras saem também igualmente claras na fotografia. Porém, se se tirar uma fotografia na base da radiação infravermelha emitida pelo corpo (fotografia na base do infravermelho), as partes negras do corpo aparecem mais vivas (claras) do que as partes mais claras. Explique essa diferença.

7. Observe o gráfico da intensidade da radiação em função do comprimento de onda de três estrelas A, B e C.
   a) Sem efectuar nenhum cálculo, compare a temperatura das três estrelas.
   b) Calcule a temperatura da estrela A.
   c) Calcule a intensidade da radiação da estrela B.
   d) Calcule a área tracejada.
   e) Em quantas vezes a intensidade da radiação da estrela A é maior que a de B?



7. Em Astronomia, as estrelas são classificadas segundo a sua classe espectral a qual é função da temperatura. As classes são designadas pelas letras O, B, A, F, G, K, M, sendo O a classe das estrelas mais quentes e M das menos quentes. Na classe B, por exemplo, encontram-se estrelas cuja temperatura varia entre os 11 000 e 30 000 K. Porém, a classe G compreende estrelas com temperaturas entre os 5 000 e 6 000 K.

   a) Calcule, em nm, a banda de comprimento de onda da radiação emitida pelas estrelas do tipo G.

   b) Com base na tabela dada, diga em que zona do espectro das ondas electromagnéticas se encontra esta radiação emitida pelas estrelas do tipo G.

   c) A estrela Capella emite radiação cujo comprimento de onda máximo é de 557 nm. A que classe espectral pertence?

   d) A estrela Rigel emite radiação cuja frequência mínima é de $1{,}2 \times 10^{15}$ Hz. Estime a sua temperatura e classifique-a.

   e) Esboce, nos mesmos eixos, o gráfico da emissividade em função do comprimento de onda das duas estrelas.

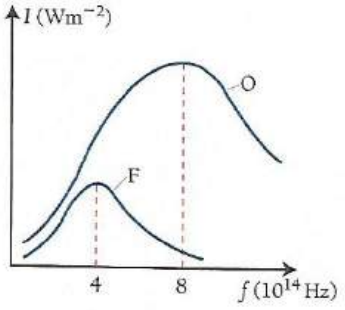
   Nota: Se quiser fixar a sequência das classes espectrais é só pensar na seguinte frase: «*Oh! Be A Fine Girl, Kiss Me*».

9. O gráfico representa a intensidade da radiação duma estrela do tipo O e outra do tipo F em função da frequência.

   a) Determine a temperatura da estrela do tipo O.

   b) Calcule a intensidade de radiação da estrela do tipo F.

   c) Represente nos mesmos eixos o gráfico da intensidade da radiação de uma estrela cuja temperatura é de 20 000 K.



10. A intensidade da radiação do Sol é de cerca de $7{,}4 \times 10^{7}$ W m^{-2}. Estime a sua temperatura.

11. Uma estrela A emite radiações cuja frequência é o dobro da frequência emitida por uma estrela B. Compare:

   a) Os comprimentos de onda das radiações emitidas por A e B.

   b) As temperaturas de A e B.

   c) As emissividades de A e B.

   d) Os raios das duas estrelas.

EduSkills MOÇAMBIQUE
Livros Escolares
Exames Escolares
Exames de Admissão
Exames Resolvidos
ACEDER À BIBLIOTECA
www.eduskills.co.mz

Escolha múltipla

1. As ondas electromagnéticas estão presentes no nosso dia a dia, influenciado e, até, alterando o nosso modo de viver. Com os fundamentos das teorias sobre ondas electromagnéticas, assinale a(s) proposição(ões) correcta(s).

   a) Uma onda electromagnética pode ser desviada por um campo magnético.

   b) Num meio não dispersivo, a frequência da luz depende da velocidade.

   c) No vácuo, a velocidade da luz não depende do comprimento de onda e nem da frequência.

   d) Em meio dispersivo, a velocidade da luz depende da frequência.

   e) No vácuo, a velocidade da luz depende da velocidade da fonte.

2. Em geral, a frequência das ondas electromagnéticas geradas por um forno de microondas é de 2 450 MHz. Em relação à Física de um forno de microondas, considere as seguintes afirmativas:

   a) Um forno de microondas transmite calor para assar e aquecer alimentos sólidos e líquidos.

   b) O comprimento de onda dessas ondas é de aproximadamente 12,2 cm.

   c) As ondas electromagnéticas geradas ficam confinadas no interior do aparelho, pois sofrem reflexões nas paredes metálicas do forno e na grade metálica que recobre o vidro da porta.

   Estão correctas:

   a) Somente a afirmação 1
   b) Somente a afirmação 2
   c) Somente a afirmação 3
   d) Somente as afirmações 1 e 2
   e) Somente as afirmações 2 e 3
   f) As três afirmações 1, 2, e 3

3. Radiações como raios X, luz verde, luz ultravioleta, microondas ou ondas de rádio são caracterizadas por seu comprimento de onda (λ) e por sua frequência (f). Quando essas radiações propagam-se no vácuo, todas apresentam o mesmo valor para:

   a) λ
   b) f
   c) $\lambda \cdot f$
   d) λ/f
   e) λ^2/f

4. Um aparelho electrónico emite uma onda electromagnética de frequência $f = 900$ MHz. A velocidade da onda e a mesma da luz, ou seja, $c = 3{,}0 \cdot 108$ m/s. O comprimento de onda vale:

   a) 140 mm
   b) 33 cm
   c) 140 cm
   d) 33 m
   e) 140 m

5. A cor do mar e do céu é azul porque o ar atmosférico difunde principalmente a componente azul da luz solar. O comprimento de onda de certa cor azul é $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m e propaga-se no ar com a velocidade de $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. A frequência dessa radiação é, em hertz,

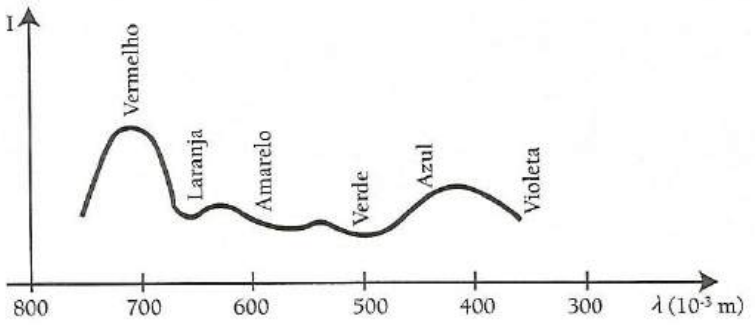
   a) $6{,}7 \cdot 10^{14}$
   b) $3{,}3 \cdot 10^{14}$
   c) $1{,}5 \cdot 10^{14}$
   d) $7{,}5 \cdot 10^{13}$
   e) $2{,}3 \cdot 10^{13}$

6. Uma máquina der colheita incorpora um dispositivo de GPS, que funciona emitindo ondas electromagnéticas para um satélite. Se o satélite está a uma distância de 240 km da máquina e se as ondas electromagneticas tem comprimento de onda de 1,2 cm, a frequência das ondas e o tempo de ida são, respectivamente, em Hz e em s:

a) $2{,}5 \cdot 10^{14}$ e $8 \cdot 10^{-5}$ b) $3{,}6 \cdot 10^{12}$ e $8 \cdot 10^{-6}$ c) $2{,}5 \cdot 10^{10}$ e $8 \cdot 10^{-4}$

d) $3{,}6 \cdot 10^{10}$ e $8 \cdot 10^{-5}$ e) $2{,}5 \cdot 10^{8}$ e $8 \cdot 10^{-4}$

7. A figura representa, esquematicamente, a quantidade de radiação absorvida (I) por certos tipos de vegetais, em função do comprimento de onda (λ) da radiação electromagnética proveniente do Sol.



A frequência, em Hz, que os seres humanos percebem como verde é cerca de:

a) $1{,}5 \cdot 10^{2}$ b) $1{,}5 \cdot 10^{3}$ c) $6 \cdot 10^{5}$

d) $1{,}5 \cdot 10^{11}$ e) $6 \cdot 10^{14}$

8. Os electroencefalogramas são medições de sinais eléctricos oriundos do cérebro. As chamadas ondas cerebrais são usualmente classificadas como ondas δ (delta), com frequência até 4 Hz, θ (teta), de 4 a 7 Hz, α (alfa), de 7 a 14 Hz e β (beta), acima de 14 Hz. Analise os gráficos. Considerando que os gráficos I e II sejam de ondas luminosas com velocidade $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s, as quais possuem a mesma frequência das ondas cerebrais, pode-se concluir que seus comprimentos de onda correspondem, respectivamente, a ondas.

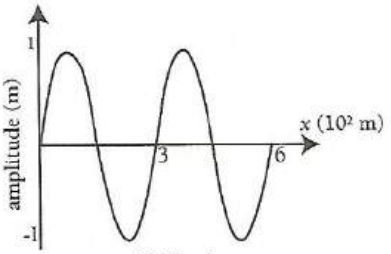


Gráfico I-

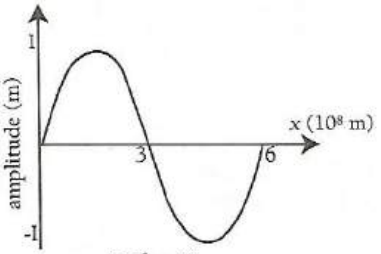


Gráfico II

a) α e β b) α e β c) β e δ

d) δ e θ e) β e θ

9. A velocidade de propagação de uma onda ou radiação electromagnética, no ar, é cerca de 300 000 km/s. A tabela a seguir mostra, em metros, a ordem de grandeza do comprimento de onda (λ), associado a algumas radiações electromagnéticas. Uma onda electromagnética de frequência $2{,}5 \cdot 10^{9}$ Hz, que se propaga na atmosfera, corresponderá a radiação classificada como:

a) raios X b) luz visível

c) microonda d) onda de rádio

Radiação	λ (m)
Raios X	10^{-10}
Luz visível	10^{-6}
Microondas	10^{-1}
Ondas de rádio	10^{-2}

Física atómica

A Física Atómica é o ramo da Física que se ocupa das interacções ao nível da electrosfera dos átomos.

Isto significa que a Física Atómica ocupa-se dos fenómenos relacionados com os electrões.

Neste capítulo iremos estudar o fenómeno fotoeléctrico, os raios X e os níveis de energia no átomo de hidrogénio.

Fenómeno fotoeléctrico

Do estudo da Química já sabe que nos metais os electrões da última camada são chamados electrões livres ou de valência, pois são os electrões que se movimentam livremente no átomo e são responsáveis pela valência que caracteriza a ligação do metal com qualquer outro elemento. Por isso, estes electrões encontram-se na superfície dos metais, assim como no seu interior.

Os electrões livres da superfície de um metal podem ser retirados do átomo de duas formas:

- Através do fornecimento de energia térmica ao átomo, isto é, aquecendo o metal (Fig. 2.1) – **emissão termoelectrónica.**
- Através de energia luminosa, isto é, fazendo incidir luz sobre a superfície de um metal (Fig. 2.2) – **emissão fotoeléctrica** (pois considera-se que a luz é constituída por partículas que não possuem nem massa nem carga, chamadas fotões).

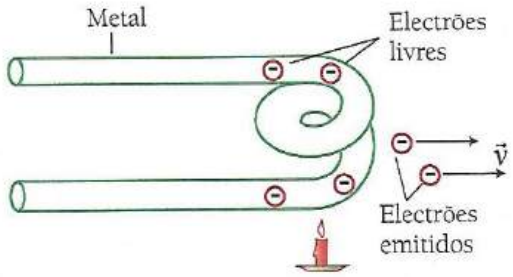


Fig. 2.1 Emissão termoelectrónica

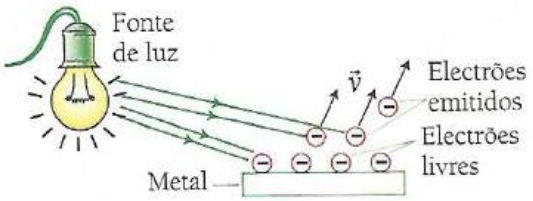


Fig. 2.2 Emissão fotoeléctrica

Assim podemos concluir que:

Emissão termoelectrónica é a emissão dos electrões livres da superfície de um metal à custa de energia térmica.

Emissão fotoeléctrica é a emissão dos electrões livres da superfície de um metal à custa de energia luminosa.

Leis do fenómeno fotoeléctrico

O fenómeno fotoeléctrico, tal como os demais fenómenos, obedece a princípios ou leis básicas que são deduzidos experimentalmente. Porém, comecemos por nos familiarizar com alguns dos termos dos quais nos serviremos no futuro.

Radiação incidente é a radiação ou luz que incide sobre a superfície do metal e que provém da fonte luminosa.
Fotoelectrões são os electrões emitidos da superfície do metal com uma determinada velocidade v.

Já sabemos que durante o fenómeno fotoeléctrico são emitidos electrões – os fotoelectrões. Por isso, é importante saber quantos fotoelectrões são emitidos em cada segundo, isto é, em cada unidade de tempo, durante a dedução experimental das leis que regem o fenómeno. Assim,

A **corrente fotoeléctrica** *I*, é o número de fotoelectrões emitidos por unidade de tempo durante o fenómeno fotoeléctrico.

Actualmente, sabe-se que uma lâmpada de 100 W ilumina melhor do que outra de 60 W. Por isso, quanto maior é a potência da fonte luminosa, maior é a sua capacidade de iluminar, isto é, maior é a sua intensidade luminosa.

Experimentalmente verificou-se que, durante o fenómeno fotoeléctrico, o número de fotoelectrões emitidos por unidade de tempo (corrente fotoeléctrica) aumenta com o aumento da intensidade da fonte luminosa, ou seja, com o aumento da potência luminosa da fonte.

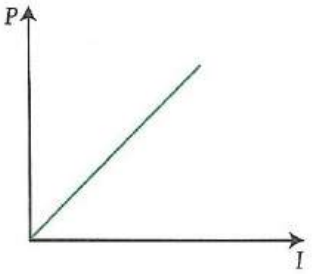


Fig.2.3 Potência da fonte em função da intensidade da corrente fotoeléctrica.

Como a corrente fotoeléctrica é directamente proporcional à potência da fonte, o gráfico da potência, *P*, em função da intensidade da corrente fotoeléctrica, *I*, deve ser uma linha recta (Fig. 2.3).

Já vimos que durante o fenómeno fotoeléctrico, a intensidade da corrente fotoeléctrica, ou seja, o número de fotoelectrões emitidos por unidade de tempo é directamente proporcional à intensidade luminosa da fonte. Isto significa que quanto maior é a intensidade luminosa da fonte, maior é o número de fotoelectrões emitidos. Porém, experimentalmente verificou-se que a velocidade máxima dos fotoelectrões não se altera com o aumento da intensidade luminosa ou potência da lâmpada.

1.ª Lei do fenómeno fotoeléctrico: a intensidade da corrente fotoeléctrica, ou seja, o número de fotoelectrões emitidos por unidade de tempo é directamente proporcional à intensidade da fonte luminosa.

Mas como a intensidade da fonte luminosa depende da potência da fonte, podemos afirmar que a intensidade da corrente fotoeléctrica é directamente proporcional à potência da fonte. Isto significa que:

- Se a potência da fonte duplica, a corrente fotoeléctrica também duplica.
- Se a potência da fonte triplica, a corrente fotoeléctrica também triplica.
- Se a potência da fonte diminui quatro vezes, a corrente fotoeléctrica também diminui quatro vezes, etc.

Experimentalmente verificou-se que para variarmos a velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos deveríamos variar a frequência da radiação incidente, ou seja, variar a frequência da luz emitida pela fonte que provoca o fenómeno fotoeléctrico. Isto significa que existe uma relação de proporcionalidade directa entre a frequência da radiação incidente e a velocidade dos fotoelectrões emitidos. Por isso, podemos enunciar a 2.ª lei do fenómeno fotoeléctrico da seguinte forma:

2.ª lei do fenómeno fotoeléctrico: a velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos é directamente proporcional à frequência da radiação incidente.

Isto significa que quanto maior (ou menor) é a frequência da radiação incidente, maior (menor) é a velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos.

Já sabemos que a velocidade máxima dos fotoelectrões varia com a frequência da radiação incidente. Por isso, se diminuirmos a frequência da radiação incidente chegaremos a um ponto em que a velocidade dos fotoelectrões se torna nula ($v_{máx.} = 0$).

À frequência da radiação incidente cuja velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos é nula dá-se o nome de **frequência limite** ou **limite vermelho** e representa-se por f_0. Assim, podemos enunciar a 3.ª lei do fenómeno fotoeléctrico.

3.ª lei do fenómeno fotoeléctrico: existe uma frequência mínima, chamada frequência limite ou limite vermelho, a partir da qual se dá início ao fenómeno fotoeléctrico.

A frequência limite ou limite vermelho é uma característica de cada metal e tem um valor constante para determinado metal.

Com base na 3.ª lei do fenómeno fotoeléctrico podemos concluir que:

- Se a frequência da radiação incidente, f, for maior do que a frequência limite, f_0, ocorre o fenómeno fotoeléctrico.
- Se a frequência da radiação incidente, f, for menor do que a frequência limite, f_0, não ocorre o fenómeno fotoeléctrico.
- Se a frequência da radiação incidente, f, for igual à frequência limite, f_0, ocorre o fenómeno fotoeléctrico, mas a velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos é nula.

Ao comprimento de onda correspondente à frequência limite dá-se o nome de **comprimento de onda máximo**, λ_0, a partir do qual não ocorre o fenómeno fotoeléctrico, pois a frequência e o comprimento de onda são grandezas inversamente proporcionais.

De realçar que quando a frequência da radiação incidente é igual à frequência limite, a velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos é nula e, consequentemente, a energia cinética dos fotoelectrões emitidos é também nula.

A primeira lei é fácil de perceber, do ponto de vista da teoria das ondas electromagnéticas, porque se a radiação tem maior intensidade, maior intensidade deve ser absorvida pelos electrões e, por isso, é possível emitir mais electrões. Também será compreensível que os electrões emitidos tenham velocidades que vão de zero até um valor máximo, pois sabemos que no átomo os electrões possuem energias diferentes dependendo da camada em que se encontram. Mas nesta base, seria então de esperar que o aumento da intensidade da radiação incidente provocasse um aumento da velocidade máxima ou da energia cinética máxima dos fotoelectrões; porém, não é o que se verifica experimentalmente. Portanto, a dependência da velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos em função da frequência, bem como da existência de uma frequência limite, tornou-se um enigma para a chamada Mecânica Clássica. Assim nasce a Teoria Quântica.

Teoria Quântica

Nos finais do século XIX, a teoria ondulatória começou a mostrar-se incapaz de dar resposta a determinados fenómenos, especialmente por estarem relacionados com a interacção das radiações electromagnéticas com a matéria como, por exemplo, a radiação do corpo negro e a emissão fotoeléctrica.

Teoria de Planck

Em 1900, Planck tentou descobrir uma teoria que pudesse explicar a radiação do corpo negro. Enquanto outros cientistas consideravam que a radiação era emitida de forma contínua, Planck propôs que ela era emitida intermitentemente em valores fixos múltiplos de um «átomo» ou *quantum* de energia (o plural de *quantum* é *quanta*). O tamanho do *quantum* proposto por Planck depende da frequência do oscilador que produz a radiação. Assim, um corpo deve emitir um, dois, três, etc., *quanta* de energia e nunca fracções de um *quantum*.

Resumindo, podemos enunciar a teoria de Planck da seguinte forma:

De acordo com Planck, o *quantum* de energia E, para radiação de frequência, f, é dado pela expressão:

$$E = hf$$

onde:

h é a constante de Planck ($h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J s).

Usando a equação fundamental da onda $c = \lambda f$, a energia de um *quantum* pode ainda ser calculada pela expressão:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

De referir que na altura do surgimento da teoria de Planck, esta foi demasiado revolucionária e por isso não lhe foi dada o seu devido valor. Mas actualmente é um dos pilares da Física Moderna.

Teoria de Planck: é a energia da radiação emitida em forma de «pacotes» ou «pedaços de energia», chamados *quanta*.

Equação de Einstein para o fenómeno fotoeléctrico

Desenvolvendo o pensamento de Planck, em 1905, Einstein derivou uma equação que explicou de forma satisfatória o fenómeno fotoeléctrico. Einstein considerou que a radiação não é só emitida na forma de *quanta*, mas também é absorvida na forma de *quanta*, chamados fotões.
Assim podemos estabelecer o fundamento da Teoria Quântica:

Teoria Quântica: é a radiação emitida e absorvida na forma de *quanta* de energia chamados fotões.

Isto significa que as radiações electromagnéticas podem comportar-se tanto como ondas ou como partículas – **dualidade corpuscular e ondulatória da matéria.**

Como vimos, o fenómeno fotoeléctrico consiste no arranque dos electrões da superfície de um metal à custa de energia luminosa. Por isso, para retirar os electrões da superfície do metal, é necessário gastar energia, ou seja, realizar trabalho. Por isso, chama-se função trabalho (Φ) à energia mínima necessária para o arranque dos fotoelectrões da superfície do metal sem lhes comunicar energia cinética, isto é, com velocidade nula. Assim, podemos escrever:

$$E = \Phi + E_{c\,máx}$$

Função trabalho, Φ, é a energia mínima necessária para o arranque dos fotoelectrões da superfície do metal sem lhes comunicar energia cinética, isto é, com velocidade nula.

A função trabalho é característica de cada metal e tem um valor constante.

Como qualquer outro fenómeno natural, o fenómeno fotoeléctrico também deve obedecer à Lei da Conservação de Energia.

Desta forma, a energia dos fotões provenientes da fonte, E, deve ser maior do que a função trabalho do metal, Φ, para que ocorra o fenómeno fotoeléctrico. O excesso de energia vai então ser tranformado em energia cinética dos fotoelectrões. Assim, podemos afirmar que:

Da energia da radiação incidente, E uma parte é usada no arranque dos electrões da superfície do metal, Φ, e a outra parte é transformada em energia cinética máxima dos fotoelectrões, $E_{c\,máx.}$

Como $E = hf \Rightarrow hf = \Phi + E_{c\,máx}$

Já sabemos que quando a frequência da radiação incidente é igual à frequência limite ($f = f_0$), a energia cinética máxima dos fotoelectrões é nula ($E_{c\,máx} = 0$). Então, $h f_0 = \Phi + 0$.

Finalmente, podemos escrever as equações:

$$\Phi = h f_0 \quad \text{e} \quad \Phi = \frac{h c}{\lambda_0}$$

Gráfico da energia cinética em função da frequência da radiação incidente

Da equação de Einstein podemos escrever: $E_c = hf - \Phi$

Esta equação é semelhante à equação: $y = ax + b$

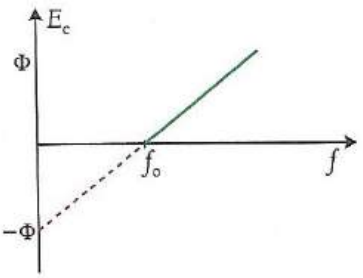


Fig. 2.4 Energia cinética em função da frequência da radiação incidente.

Como vê, o gráfico da energia cinética em função da frequência da radiação incidente deve ser uma linha recta crescente porque o coeficiente angular, h, é positivo. O gráfico corta o eixo vertical no ponto Φ − que é a ordenada na origem, e o zero da função é igual a f_0. Assim, podemos construir o gráfico da figura 2.4. A parte tracejada do gráfico corresponde aos valores inferiores à frequência limite, onde não ocorre o fenómeno fotoeléctrico.

Gráfico do potencial de paragem em função da frequência da radiação incidente

Os electrões emitidos durante o fenómeno fotoeléctrico podem ser parados ou travados, por exemplo, através de um campo eléctrico uniforme (Fig. 2.5). Repare que a força tem sentido contrário ao do movimento do electrão. Ao potencial mínimo necessário para parar os electrões

emitidos durante o fenómeno fotoeléctrico dá-se o nome de potencial de paragem U_p. Assim, podemos definir:

> Potencial de paragem (U_p) é o potencial mínimo necessário para parar os electrões emitidos durante o fenómeno fotoeléctrico.

Durante o seu movimento, a energia potencial do electrão ($E_p = q \times U$, onde q é a carga do electrão, $q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C) é transformada em energia cinética. Por isso, podemos escrever:

$$E_c = E_p = q\,U_p$$

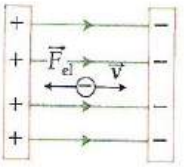


Fig. 2.5 Electrão em movimento num campo eléctrico uniforme.

Da equação de Einstein sobre o fenómeno fotoeléctrico podemos então escrever:

$$h f = \Phi + q\,U_p \Rightarrow U_p = \frac{h}{q} f - \frac{\Phi}{q}$$

Esta última equação também se assemelha a uma função linear do tipo $y = ax + b$.

Neste caso, o gráfico é também uma linha recta. A ordenada na origem é dada pelo quociente, $-\frac{\Phi}{q}$ e o zero da função também é f_0. Assim podemos construir o gráfico da figura 2.6.

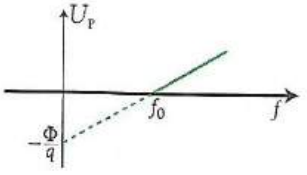


Fig. 2.6 Potencial de paragem em função da frequência.

Exercícios resolvidos

1. Uma lâmpada de 200 W emite 3×10^{20} fotoelectrões por segundo quando a sua luz incide sobre a superfície de um metal.
   a) Quantos fotoelectrões serão emitidos por unidade de tempo se se trocar a fonte por outra de 600 W?
   b) Qual deve ser a potência da fonte para que sejam emitidos $1{,}5 \times 10^{20}$ fotoelectrões por segundo?

   Resolução:

   a) Se a potência aumenta 3 vezes, a corrente fotoeléctrica também irá aumentar 3 vezes.

   b) Se I diminuir 2 vezes, a potência também diminuirá 2 vezes.

2. Calcule, em eV (electrão-volt) (1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J), a energia de um fotão:
   a) De luz ultravioleta de 10^{15} Hz.
   b) De luz violeta de 400 nm.
   c) De luz verde de 500 nm.

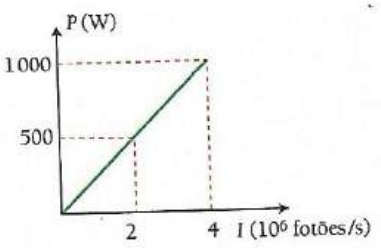
   Resolução

   a) $E = h \cdot f$ com $f = 10^{15}$ Hz e $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J s $E = 4{,}14$ eV

   b) $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ com $\lambda = 4 \times 10^{-7}$ m; $c = 3 \times 10^{8}$ m/s e $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ Js $E = 3{,}11$ eV

   c) $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ com $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m; $c = 3 \times 10^{8}$ m/s e $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ Js $E = 2{,}48$ eV

3. O gráfico representa a potência da fonte luminosa em função da corrente fotoeléctrica, para um determinado metal.



a) Quantos fotoelectrões são emitidos em cada segundo quando a potência da fonte é de 500 W?

b) Qual deve ser a potência da fonte luminosa para que sejam emitidos 10^{61} fotoelectrões por segundo?

Resolução:

a) 2×10^6 fotoeletrões/s

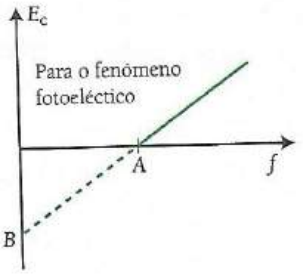
b) Se 500 W ——— 2×10^6

x ——— 10^{61}

$$x = \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 10^{61}}{2 \cdot 10^6}$$

$$x = 2{,}5 \cdot 10^{57} \text{ W}$$

4. A luz, cuja energia dos fotões que a constituem é de 3,5 eV, incide sobre um fotocátodo cuja função trabalho é de 2,1 eV.



a) Determine a energia cinética máxima dos fotoelectrões emitidos pelo cátodo.

b) Quais são os valores indicados pelas letras A e B ?

c) Com base no gráfico, determine o potencial de paragem do níquel.

d) Calcule a frequência limite e a função trabalho (em eV) do níquel.

Resolução:

a) $E_c = E - \Phi$ com $E = 3{,}5$ eV $\Phi = 2{,}1$ eV

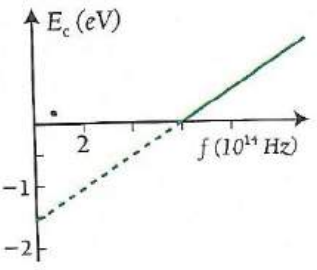
$E_c = 1{,}4$ eV

b) $B = \Phi = 2{,}1$ eV $A = f_0 = \dfrac{\Phi}{h} = \dfrac{2{,}1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{6{,}626 \cdot 10^{-14}} = 1{,}98 \times 10^{16}\,\text{H}_z$

c) $U_p = 2{,}1$ V

d) Igual a b)

5. O gráfico representa a energia cinética em função da frequência, durante o fenómeno fotoeléctrico.



a) Qual é a frequência limite do metal?

b) Qual é a função trabalho do metal?

c) Determine a constante de Planck.

d) Calcule a energia cinética dos fotoelectrões quando a frequência da radiação incidente é de 6×10^{14} Hz.

e) Diga se ocorre ou não o fenómeno fotoeléctrico quando a frequência da radiação incidente é de 8×10^{14} Hz.

Resolução:

a) $f_0 = 4 \cdot 10^{14}$ Hz

b) $E_0 = 1{,}5$ eV $= 2{,}4 \cdot 10^{-19}$ J

c) $E_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow h = \dfrac{E_0}{f_0} = \dfrac{2{,}4 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}} = 6 \cdot 10^{-34}$ J

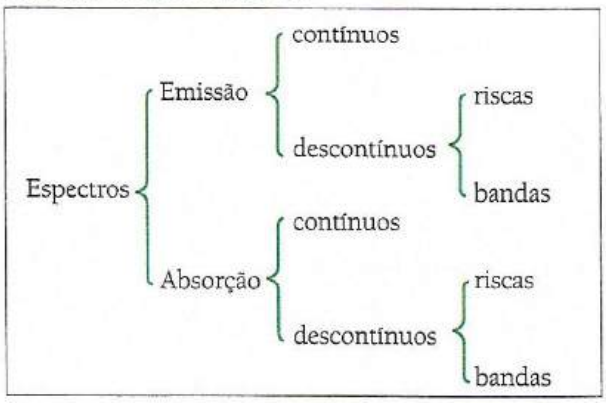
d) $E = E_0 + E_c \Rightarrow E_c = E - E_0 = h \cdot f - E_0 \Rightarrow E_c = 6 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} - 2{,}4 \cdot 10^{-19}$
$\Rightarrow E_c = 3{,}6 \cdot 10^{-19} - 2{,}4 \cdot 10^{-19}$
$\Rightarrow E_c = 1{,}2 \cdot 10^{-19}$

e) Ocorre porque $f > f_0$, isto é, $8 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} > 4 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$

Espectros ópticos

Os espectros ópticos classificam-se em espectros de emissão e de absorção. Por sua vez, ambos subdividem-se em contínuos e descontínuos. Os espectros descontínuos podem ainda ser de riscas (linhas) ou de bandas, conforme o esquematizado a seguir.

Esquema 1: Espectros ópticos



Espectro de riscas ou linhas

Os espectros de riscas ou linhas são constituídos por linhas brilhantes e coloridas (se forem de emissão) ou linhas pretas (se forem de absorção). Estas linhas correspondem a um comprimento de onda definido. Este tipo de espectro é característico da luz emitida por gases de elementos monoatómicos e vapores de metais a baixa pressão, ou seja, a cada elemento corresponde um único espectro de riscas. Por exemplo, o hidrogénio, o hélio, o néon, vapores de sódio, etc.

Espectro de bandas

Os espectros de bandas são constituídos por grupos de riscas. São característicos de moléculas de gases poliatómicos ou vapores incandescentes a baixa pressão.

São exemplos o nitrogénio, o oxigénio, a chama de um bico de Bunsen, etc.

Espectro contínuo

Os espectros contínuos são constituídos por faixas de cores das radiações que constituem a luz branca. Estes são emitidos por metais (sólidos) e líquidos incandescentes a alta pressão. Os espectros contínuos não são característicos de nenhum elemento.

De referir ainda que a análise espectral é feita, normalmente, com o auxílio de espectroscópios que, tal como o nome indica, são instrumentos destinados a separar os componentes de um espectro óptico.

Os espectros ópticos podem ser interpretados da seguinte forma:

- Cada elemento tem as suas linhas características que diferem de qualquer outro elemento. Por isso, a presença de certas linhas num qualquer espectro servem para identificar a presença de certos elementos químicos.
- As linhas brilhantes de qualquer espectro de emissão devem-se a um aumento brusco da intensidade, I, da radiação de um determinado comprimento de onda λ (Fig. 2.7 (a)).
- No espectro contínuo de emissão, todas as cores presentes apresentam igual brilho (intensidade) (Fig. 2.7 (b)).
- O espectro de riscas de absorção apresenta uma diminuição brusca da intensidade da radiação de um determinado comprimento de onda. As linhas são acompanhadas por um espectro contínuo de fundo (Fig. 2.7 (b)).



Fig. 2.7(a) Intensidades dos espectros ópticos **(b)** Diferentes tipos de espectros

Níveis de energia do átomo de hidrogénio

Segundo o Modelo de Bohr, os electrões ocupam certas camadas no átomo. A cada camada é atribuída uma determinada energia que é designada **nível de energia** do átomo.

Os espectros ópticos encontram a explicação da sua existência nos níveis de energia. Por isso, com base nos níveis de energia do átomo de hidrogénio, pode construir-se o espectro óptico.

Os níveis de energia apresentam, geralmente, a seguinte estrutura (figura 2.8):

- São usualmente representados por uma série de linhas horizontais.
- A energia cresce de baixo para cima assumindo valores negativos.
- O nível de energia mais baixo do electrão é chamado **estado fundamental.**

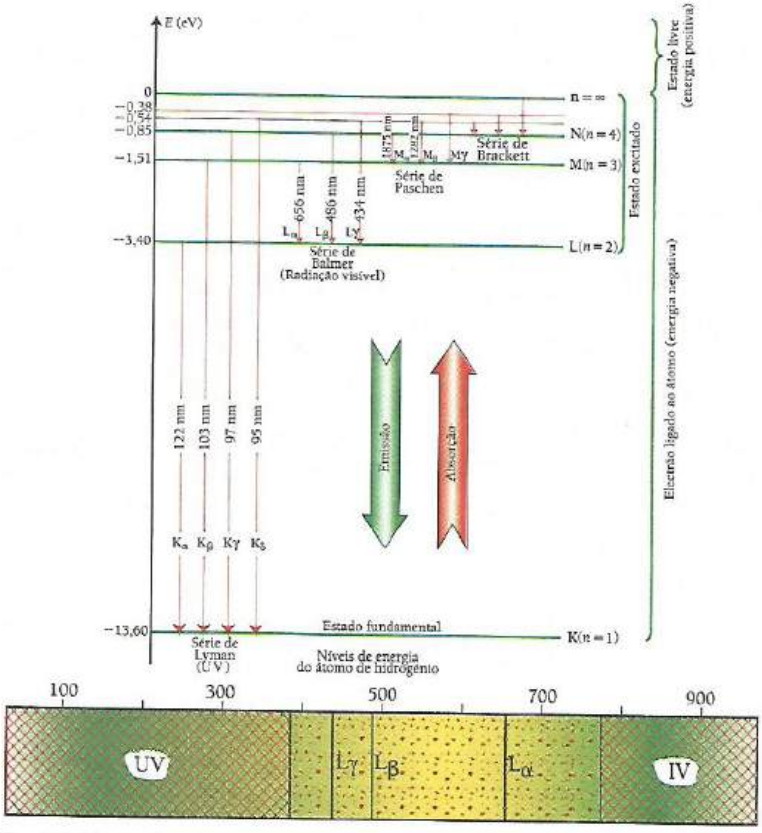


Fig. 2.8 Níveis de energia do átomo de hidrogénio

- Para o hidrogénio a energia do estado fundamental é de −13,6 eV.
- A energia de todos os estados de energia do átomo de hidrogénio pode ser calculada pela relação:

$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$$

onde:

E_n é a energia da orbital ou camada e n é o número da orbital (n.º quântico principal).

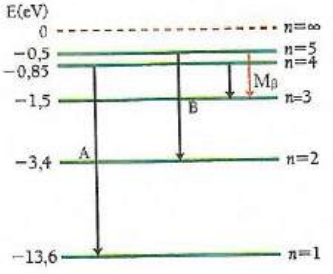
- Os estados acima do estado fundamental até infinito $n = \infty$ são chamados estados excitados.
- Durante a subida de nível, o electrão absorve energia, e durante a descida liberta energia. Em ambos os casos, a energia é absorvida ou libertada na forma de *quanta* de energia (fotões).
- Quanto mais baixo for o nível energético ocupado pelo electrão, maior será a atracção (ligação) deste ao núcleo.
- Quanto mais alto for o nível energético ocupado pelo electrão, menor será a atracção (ligação) deste ao núcleo.
- As transições que ocorrem para o nível K ($n = 1$) pertencem a uma série chamada série de Lyman. Nestas transições, os electrões emitem radiação dentro da banda da radiação ultravioleta.
- As transições que ocorrem para o nível L ($n = 2$) pertencem a uma série chamada série de Balmer. Nestas transições, os electrões emitem radiação dentro da banda da radiação visível.

- As transições que ocorrem para o nível M ($n = 3$) pertencem a uma série chamada série de Paschen. Nestas transições, os electrões emitem radiação dentro da banda da radiação infravermelha.
- Para distinção das diferentes linhas dentro da mesma série (K, L ou M) usam-se os índices α, β, γ, δ, etc., para a 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª transições, respectivamente.
- A frequência ou o comprimento de onda da radiação emitida ou absorvida durante qualquer transição pode ser determinada pelas expressões:

$$|E| = hf \quad \text{e} \quad |\Delta E| = \frac{hc}{\lambda}$$

Exercícios resolvidos

1. Observe os níveis de energia do átomo de hidrogénio.



a) Calcule, em nm, o comprimento de onda da transição A.
b) Qual é a energia de ionização do átomo de hidrogénio?
c) Entre as transições A e B, qual é a de maior energia?
d) Entre as transições A e B, qual é a de menor comprimento de onda?
e) Trace a transição M_β nos níveis dados.

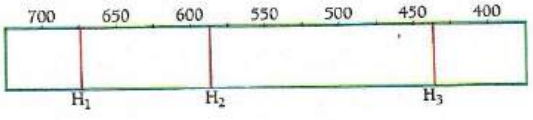
Resolução:

a) $\Delta E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E}$ com $\Delta E = E_f - E$

$$\lambda = \frac{6{,}625 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^{-8}}{(13{,}6 - 0{,}85) \cdot 1{,}6 \times 3 \times 10^{-19}} = 0{,}97 \times 10^{-7}\ \text{m} = 9{,}7 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

b) −13,6 eV c) A d) A e) Ver figura

2. A figura representa o espectro de absorção do Sol em função do seu comprimento de onda, em nanómetros.



a) Qual é o comprimento de onda da linha H_1?
b) Calcule a energia que deu origem à linha H_2.

Resolução:

a) 675 nm

b) $\lambda_2 = 582{,}5\ \text{nm} = 5{,}825 \times 10^{-7}\ \text{m}$

$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ com $h = 6{,}626 \times 10^{-34}\ \text{J} \times \text{s}$; $c = 3 \times 10^8\ \text{m/s}$

$$E = \frac{6{,}626 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{5{,}825 \times 10^{-7}} = 2{,}4 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

Raios X

Em 1895, Röntgen, enquanto trabalhava com os seus tubos de descarga, verificou que as placas fotográficas junto dos tubos com os quais trabalhava ficaram emulsionadas apesar de não terem sido expostas à luz solar. Assim, ele decidiu que este efeito se dera devido à emissão de alguma forma de radiação electromagnética proveniente dos tubos de descarga, e baptizou esse radical com o nome de raios X, ou seja, raios desconhecidos, dado que não sabia qual era a sua origem.

Ele deduziu que estes raios eram de natureza electromagnética e verificou que os raios X eram produzidos quando um feixe de electrões chocava com um alvo metálico. Röntgen também pôde verificar que quanto maior a energia dos electrões, maior seria a frequência dos raios X. Conclusivamente, podemos afirmar que:

> Os raios X são de natureza electromagnética e são produzidos quando um feixe de electrões choca com um alvo metálico. A frequência dos raios X é tanto maior quanto maior for a energia dos electrões que chocam com o alvo metálico.

Raios catódicos: suas propriedades e aplicações

> Raios catódicos são um feixe de electrões que se propagam em linha recta e altamente energéticos devido à sua elevada energia cinética, pois viajam a velocidades muito próximas à da luz (cerca de 300 000 km/s).

As principais propriedades e aplicações dos raios catódicos são as seguintes:

- Movimentam-se em linha recta.
- Provocam fluorescência em algumas substâncias.
- Possuem energia cinética devido à sua velocidade.
- Sofrem deflecção em campos eléctricos e campos magnéticos.
- Podem produzir raios X no choque com a matéria.
- Usam-se nos microscópios electrónicos, nos aparelhos de televisão, nos osciloscópios, etc.

O tubo de raios X

A figura 2.9 mostra esquematicamente um tubo de raios X moderno. Neste caso, usa-se a emissão termoelectrónica, ou seja, emitem-se os electrões do cátodo através de energia calorífica. Assim, o cátodo é aquecido através da resistência de aquecimento, o que vai excitar os electrões livres do cátodo. Devido à existência de um campo eléctrico entre o cátodo e o ânodo resulta uma diferença de potencial (*d.d.p.*), e os electrões vão mover-se do cátodo para o ânodo formando os raios catódicos. Chegados ao ânodo, os electrões chocam com o alvo metálico cedendo a sua energia cinética aos electrões dos átomos do material que constitui o alvo. Por sua vez, os electrões do alvo metálico emitem a energia absorvida na forma de raios X.

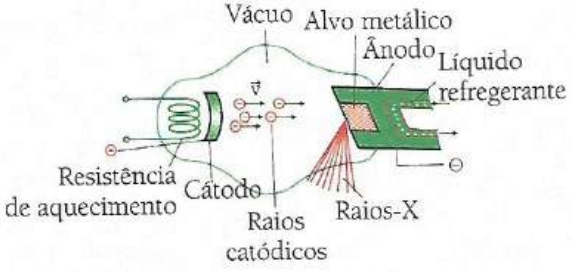


Fig. 2.9 Tubo de raios X

Quando os electrões (raios catódicos) são acelerados por uma *d.d.p.* na ordem dos 20 kV, 8 mm produz raios X de elevado comprimento de onda, ou seja, de baixa frequência, os chamados raios X «moles». Mas se os raios catódicos forem acelerados por uma voltagem na ordem dos 100 kV, os raios X produzidos serão de baixo comprimento de onda, ou seja, de alta frequência, os chamados raios X «duros». Por isso, quanto maior é a *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo, maior é a frequência dos raios X e maior é a sua dureza, e quanto maior é o comprimento de onda dos raios X menor é a sua dureza, porque a frequência é inversamente proporcional ao comprimento de onda.

A intensidade dos raios X depende do número de electrões que chocam com o alvo metálico na unidade de tempo. Isto é controlado pela intensidade da corrente que atravessa a resistência de aquecimento. O poder de penetração dos raios X depende da voltagem ou *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo. Assim, podemos concluir que:

- A frequência dos raios X é directamente proporcional à *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.
- O comprimento de onda é inversamente proporcional à *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.
- Quanto maior é a frequência dos raios X, maior é a sua dureza.
- A intensidade dos raios X depende do número de electrões que choca com o alvo metálico por unidade de tempo.
- O poder de penetração dos raios X depende da voltagem ou *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.

Já dissemos que durante a colisão dos raios catódicos com o alvo metálico estes cedem a sua energia cinética aos electrões dos átomos do alvo metálico. Porém, apenas uma pequena parte desta energia (menos de 0,05%) é convertida em energia dos raios X e o restante é convertido em energia térmica. Por isso, para evitar a destruição do ânodo devido a sobreaquecimento, usa-se um líquido refrigerante, que pode ser água ou óleo, para arrefecer o ânodo.

Aplicações dos raios X

Os raios X foram usados menos de três meses após a sua descoberta por Röntgen. As principais aplicações nos nossos dias cobrem uma vasta área das ciências que vão desde a arte, passando pela engenharia até à medicina.

Na arte, os raios X são usados na detecção de imagens ocultas em pinturas antigas. Na engenharia, os raios X têm a sua aplicação no exame de metais, na procura de defeitos de fabrico. Na medicina, os raios X podem ser usados como meio de diagnóstico e de terapia. Como meio de diagnóstico, os raios X podem ser usados na detecção de ossos partidos, investigação de desordens respiratórias ou digestivas. No caso de investigação de desordens digestivas, o paciente deverá ingerir bário ou iodo para que os raios X possam ser absorvidos pelas paredes do estômago. Como meio de terapia, os raios X são usados no tratamento de cancros malignos.

Durante o uso dos raios X na medicina, é muito importante controlar a dosagem (a frequência) que deve ser usada para cada tipo de diagnóstico ou terapia, porque os raios X podem causar a destruição de tecidos vivos. Por isso, não é conveniente que um paciente esteja constantemente exposto aos raios X, daí que não seja conveniente fazer duas radiografias da mesma parte do corpo (do tórax, por exemplo) num intervalo de tempo inferior a seis meses. Resumindo, podemos afirmar que os raios X têm larga aplicação:

- Na arte, para a detecção de imagens ocultas em pinturas antigas.
- Na engenharia, para o exame de metais, na procura de defeitos de fabrico.
- Na medicina, como meio de diagnóstico (detecção de ossos partidos, investigação de desordens respiratórias ou digestivas) e como terapêutico (no tratamento de cancros malignos).

Transformações de energia no tubo dos raios X

Já vimos que os raios X são produzidos quando um feixe de electrões choca com um alvo metálico. Vimos também que os electrões são acelerados por um campo eléctrico existente entre o cátodo e o ânodo. Durante todos estes processos há transformações de energia, pois na Natureza a energia não se cria nem se destrói, apenas se transforma – Lei da Conservação de Energia. Deste modo, os electrões ao sairem do cátodo possuem energia potencial eléctrica. Durante o seu movimento em direcção ao ânodo a energia potencial eléctrica é transformada em cinética. Durante a colisão dos electrões com o ânodo a sua energia cinética é transformada em energia das ondas electromagnéticas que é constituída pelos raios X.

Assim, podemos escrever:

Energia potencial eléctrica = Energia cinética = Energia dos raios X.

A energia potencial eléctrica é dada pela expressão: $E_{pel} = q \cdot U$

A energia cinética é dada pela expressão: $E_c = \frac{1}{2} mv^2$

A energia dos raios X ou fotões que constituem os raios X é dada pelas expressões:

$$E_{\text{raios X}} = h f_{máx} \quad \text{ou} \quad E_{\text{raios X}} = \frac{h c}{\lambda_{mín}}$$

Assim, na produção dos raios X, tendo em conta as transformações de energia, são válidas as seguintes igualdades:

$$q \cdot U = \frac{1}{2} mv^2 = h \cdot f_{máx} = \frac{h c}{\lambda_{mín}}$$

Energia potencial eléctrica — Energia cinética — Energia dos raios X — Energia dos raios X

onde:

q – é a carga do electrão ($q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C).
U – é a *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.
m – é a massa do electrão ($m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg).
h – é a constante de Planck ($h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J s).
$f_{máx.}$ – é a frequência máxima dos raios X produzidos.
$\lambda_{mín.}$ – é o comprimento de onda mínimo dos raios X produzidos.

A frequência dos raios X produzidos é máxima, pois, como vimos anteriormente, apenas uma pequena parte (menos de 0,05%) da energia cinética dos electrões ou raios catódicos é transformada em energia dos raios X produzidos no tubo. O comprimento de onda é mínimo pois este é inversamente proporcional à sua frequência.

Propriedades dos raios X

Os raios X têm as seguintes propriedades:

- Propagam-se em linha recta.
- Atravessam a matéria praticamente sem se alterarem.
- Provocam fluorescência quando incidem sobre certas substâncias, especialmente em sais.
- Emulsionam chapas fotográficas.
- Não sofrem refracção.
- Não sofrem deflecção em campos eléctricos e magnéticos.
- Provocam descarga eléctrica sobre corpos electrizados.
- Provocam efeito fotoeléctrico.
- São produzidos quando um feixe de raios catódicos incide sobre os núcleos de um alvo metálico.

Lei de Moseley

Em 1954, Moseley propôs uma lei na qual mostrava que a frequência dos raios X estava relacionada com o número atómico Z dos átomos do material que constituía o alvo metálico.

Lei de Moseley: *a* frequência dos raios X é directamente proporcional ao quadrado do número atómico dos átomos que constituem o alvo metálico ($f \sim Z^2$).

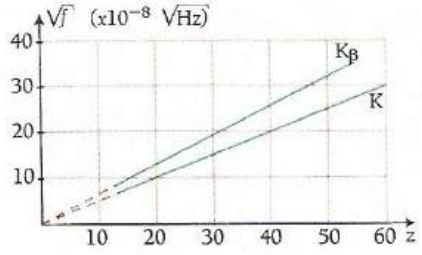


Fig. 2.10 Lei de Moseley

Como ($f \sim Z^2$) significa que $\sqrt{f} \sim Z$ (colocando a raiz quadrada em ambos os membros). Assim, como consequência da lei de Moseley, podemos afirmar que a raiz quadrada da frequência dos raios X é directamente proporcional ao número atómico dos átomos da substância que constitui o alvo metálico. Assim, o gráfico de $\sqrt{f}$ em função de Z é uma linha recta (Fig. 2.10).

O electrões que passam para o nível K no átomo do alvo metálico provenientes de qualquer nível excitado (L, M, N, etc.) produzem os raios X numa série de comprimentos de onda semelhante à de um espectro óptico que ficou conhecido como série K. Assim se distinguem as séries K_α, K_β, etc. Quando a transição ocorre para o nível L, então obtém-se a série L, e assim sucessivamente. Mas como os raios X são produzidos pelas transições que ocorrem apenas nas camadas internas (K e L) dos átomos que constituem o alvo metálico, normalmente só se distinguem as séries K e L.

Espectro dos raios X

Com base na difracção dos raios X pode obter-se o espectro apresentado na figura 2.11, na qual as duas curvas representam duas *d.d.p.* diferentes entre o cátodo e o ânodo, sendo $U_1 > U_2$.

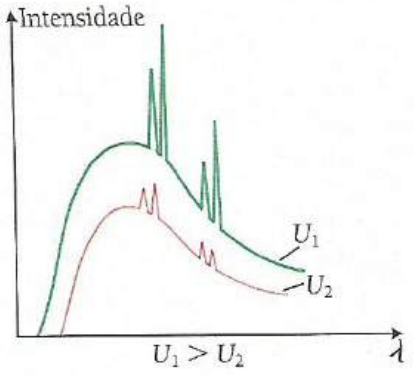


Fig. 2.11 Espectro dos raios X

O espectro dos raios X pode ser considerado em duas partes:

- Um espectro contínuo de fundo.
- Uma série de picos de intensidade.

O espectro contínuo de fundo deve-se à radiação emitida quando os electrões são retardados pela atracção electromagnética do núcleo do material que constitui o alvo metálico. O comprimento de onda mínimo (e, por isso, a frequência máxima e a energia máxima) do espectro dos raios X é produzido quando um electrão é justamente travado por um único núcleo do material que constitui o alvo. O resto da curva é produzido por electrões que perdem apenas parte da sua energia cinética durante a colisão com vários núcleos do material do alvo.

Quanto maior é a *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo, menor é o comprimento de onda mínimo $\lambda_{mín}$, como tal podemos concluir:

> O comprimento de onda mínimo dos raios X é inversamente proporcional à voltagem ou *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.

Consequentemente, a frequência máxima dos raios X é directamente proporcional à voltagem ou *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.

Os picos de intensidade no espectro dos raios X são característicos para cada material que constitui o alvo metálico. Os electrões das camadas interiores são completamente removidos pelo bombardeamento dos raios catódicos (electrões acelerados pela *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo), deixando lacunas nas camadas internas. Estas lacunas poderão em seguida ser ocupadas pelos electrões das camadas mais externas que possuem maior energia. Um electrão duma camada mais externa que vá ocupar a lacuna existente emite um fotão de um determinado comprimento de onda (ou duma determinada frequência), dando origem ao pico de intensidade no espectro dos raios X (Fig. 2.12)).

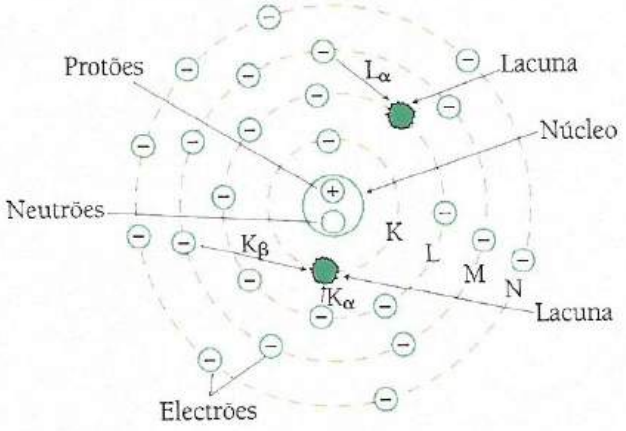


Fig. 2.12 Formação dos picos de intensidade no espectro de raios X

Exercícios resolvidos

1. Calcule o comprimento de onda mínimo dos raios X emitidos por um tubo de raios X, quando a voltagem de aceleração é de 30 kV.

Resolução:

$E_c = E_x$

$q \cdot \Delta U = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{q \cdot \Delta U}$

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e $\Delta U = 3{,}10^4$ $\lambda = 4{,}14 \cdot 10^{-11}$ M

2. Calcule a frequência e o comprimento de onda dos raios X mais energéticos emitidos num tubo que opere com as seguintes voltagens:

a) 10 kV b) 25 kV c) 150 kV d) 200 kV

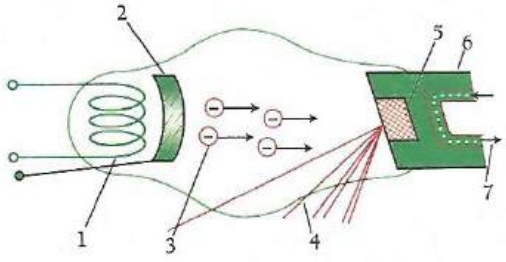
Resolução:

Para todos: $E_x = E_c$

$h \cdot f = q \cdot \Delta U \Rightarrow f = \frac{q \cdot \Delta U}{h}$

a) $f_A = 2{,}4 \cdot 10^{18}$ Hz; b) $f_B = 6{,}0 \cdot 10^{18}$ Hz; c) $f_C = 3{,}6 \cdot 10^{18}$ Hz; b) $f_D = 4{,}8 \cdot 10^{19}$ Hz

3. A figura seguinte representa um tubo de raios X que opera a uma *d.d.p.* de 100 kV.



a) Faça a legenda do tubo.

b) Dê exemplos de três aplicações dos raios X.

c) Enumere três propriedades dos raios X.

d) Calcule a energia potencial dos raios catódicos.

e) Calcule a energia dos raios X.

f) Calcule o comprimento de onda mínimo dos raios X.

Resolução:

a) 1 – Resistência (filamento de Tungsténio) 2 – Cátodo

3 – Raios catódicos (electrões emitidos pelo cátodo) 4 – Raios X

5 – Alvo 6 – Ânodo

7 – Líquido refrigerante

b e c) Ver texto «propriedades dos raios X» e «aplicações dos raios X».

d) $E = q \cdot \Delta U$ $E = 1{,}6 \cdot 10^{-15}$ J

e) $E_x = E = q \cdot \Delta U$ $E_x = 1{,}6 \cdot 10^{-15}$ J

f) $E_x = E \Rightarrow \frac{h \cdot c}{\lambda} = q \cdot \Delta U \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{q \cdot \Delta U}$ $\lambda = 1{,}24 \cdot 10^{-10}$ M

1. À custa de que tipo de energia ocorre a emissão termoelectrónica?

A. Energia luminosa. B. Energia química. C. Energia térmica. D. Energia mecânica.

2. À custa de que tipo de energia ocorre a emissão fotoeléctrica?

A. Energia luminosa. B. Energia química. C. Energia térmica. D. Energia mecânica

3. Assinale com V as afirmações verdadeiras e com F as afirmações falsas.

A. Os electrões emitidos da superfície do metal constituem a radiação incidente.

B. O fenómeno fotoeléctrico consiste na emissão de todos os electrões de um corpo à custa da energia luminosa.

C. A corrente fotoeléctrica é directamente proporcional à potência da fonte que ilumina a superfície do metal.

D. Quanto menor é a intensidade luminosa da fonte, menor é o número de fotoelectrões emitidos na unidade de tempo.

E. Os electrões emitidos da superfície do metal são também chamados fotoelectrões.

F. Para aumentar a velocidade máxima dos fotoelectrões é necessário aumentar a frequência da radiação incidente.

G. A função trabalho é o trabalho necessário para o arranque dos electrões da superfície do metal.

4. O limite vermelho para uma superfície de lítio é de $5{,}5 \times 10^{14}$ Hz.

a) O que é que isto significa?

b) Calcule a função trabalho do metal.

c) Se a superfície for iluminada por uma luz monocromática de $7{,}5 \times 10^{14}$ Hz, calcule a energia cinética máxima dos fotoelectrões.

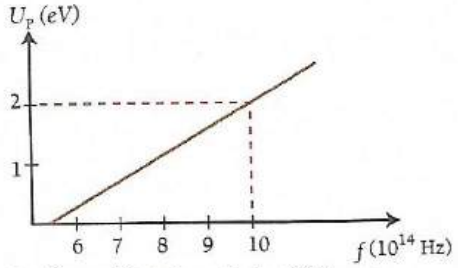
d) Qual é a velocidade máxima dos fotoelectrões se a frequência da radiação incidente for de $5{,}5 \times 10^{14}$ Hz?

5. O gráfico ao lado foi obtido com o auxílio de uma fotocélula.

a) Qual é a frequência mínima para o arranque do fenómeno fotoeléctrico?

b) Determine a energia despendida no arranque dos electrões da superfície do metal.

c) Com base no gráfico determine a constante de Planck.



6. O maior comprimento de onda abaixo do qual se dá a emissão fotoeléctrica é de 600 nm.

a) Calcule o limite vermelho e a função trabalho do metal.

b) Calcule a energia cinética dos fotoelectrões quando sobre o metal incide uma luz monocromática de 400 nm.

7. A função trabalho de uma superfície de cobre é de 4,2 eV. Calcule:

a) O comprimento de onda máximo abaixo do qual se dá o fenómeno fotoeléctrico.

b) A velocidade máxima dos fotoelectrões emitidos quando sobre o metal incide uma luz ultravioleta de $4{,}2 \times 10^{15}$ Hz.

c) O potencial de paragem do metal.

8. O potencial de paragem do zinco é de 1,2 eV quando a frequência da radiação incidente é de $1{,}2 \times 10^{15}$ Hz. Calcule:

   a) A frequência limite e a função trabalho do zinco.
   b) A energia cinética e a velocidade dos fotoelectrões emitidos.

9. A energia necessária para ionizar um átomo de rubídio é de 4,2 eV.

   a) Qual é o valor da função trabalho deste elemento?
   b) Calcule o comprimento de onda máximo da radiação incidente capaz de ionizar o rubídio.
   c) Qual deve ser a frequência da radiação incidente para que os electrões emitidos possuam uma energia cinética de $2{,}5 \times 10^{-20}$ J?

10. Os dados da tabela seguinte foram recolhidos com o auxílio de um fotocátodo de césio (Cs):

U_p (V)	0,70	0,56	0,42	0,29	0,15
λ (nm)	400	425	450	475	500

   a) Construa o gráfico do potencial de paragem em função do comprimento de onda da radiação incidente sobre o fotocátodo.
   b) Com o auxílio do gráfico anterior determine a função trabalho do césio.
   c) Calcule o valor da constante de Planck.

11. Numa experiência com uma fotocélula recolheram-se os seguintes dados:

E_c (10^{-19} J)	3,26	2,56	1,92	1,25	0,50
λ (10^{-7} m)	3,00	3,33	3,75	4,29	5,00

   a) Construa o gráfico da energia cinética máxima em função da frequência da radiação incidente.
   b) Determine a função trabalho e o valor da constante de Planck.

12. Que tipo de espectro óptico apresenta uma lâmpada de incandescência? Justifique.

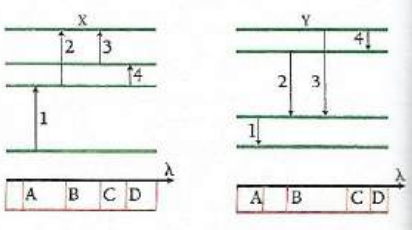
13. As riscas do espectro de emissão estão ligadas à transição dos electrões dos níveis de maior energia para os de menor ou de menor energia para os de maior? Justifique.

14. As riscas do espectro de emissão estão ligadas às transições exotérmicas ou endotérmicas? Porquê?

15. Os espectros ópticos contínuos são característicos de:

   A. Gases monoatómicos. B. Gases poliatómicos. C. Metais incandescentes.

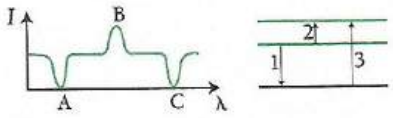
16. A figura seguinte representa os níveis de energia e os respectivos espectros ópticos de dois elementos X e Y.



   a) Qual dos espectros é de emissão e qual é de absorção? Justifique.
   b) Qual é a relação de proporcionalidade entre a energia emitida ou absorvida pelo electrão e o comprimento de onda da radiação emitida ou absorvida? Justifique através de uma equação.
   c) Faça corresponder o número de cada transição à letra da linha do espectro correspondente.

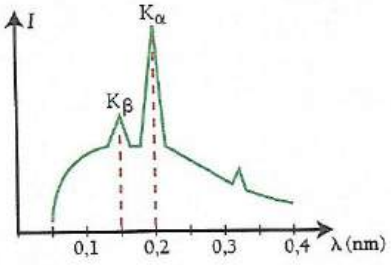
17. A figura representa o espectro óptico de um elemento e os seus respectivos níveis de energia.

Faça corresponder as letras do espectro às transições dos níveis de energia.



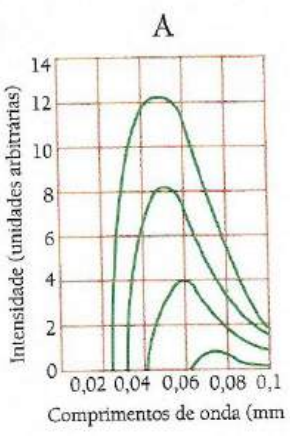
18. Observe o espectro de raios X.

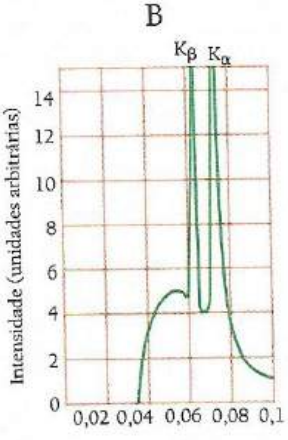
a) Qual é o comprimento de onda mínimo dos raios X?
b) Calcule a energia da linha K_α.
c) Qual é a *d.d.p.* mínima a que deve operar o referido tubo?



19. Usando os gráficos A e B, responda às questões que se seguem:

a) Explique por que é que o gráfico A representa quatro curvas apesar de se ter usado o mesmo metal para a construção de cada curva.

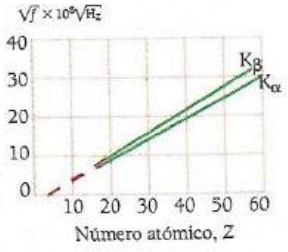




b) Calcule a energia associada às linhas K_α e K_β no gráfico B.
c) Calcule a voltagem de aceleração em cada caso.

20. O gráfico representa a frequência dos raios X em função do número atómico do elemento que constitui o alvo metálico para as transições K_α e K_β – lei de Moseley.

a) Determine a frequência dos raios X emitidos durante a transição K_α para um tubo cujo alvo é constituído pelo elemento manganês ($Z = 25$).
b) Calcule a energia dos fotões que deram origem à transição K_β para o cobalto ($Z = 28$).
c) De que material deve ser feito o alvo do tubo de raios X para que a frequência dos raios X emitidos durante a transição K_α seja de 4×10^{18} Hz?
(Consulte a Tabela Periódica se achar necessário).



Escolha múltipla

1. Considere as seguintes substâncias, A: Ta(4,2), B: W (4,5), C: Ba (2,5), D: Li (2,3) (função trabalho, em eV, entre parênteses). Para confeccionar uma fotocélula para ser usada com luz visível, tendo em conta os valores aproximados dos comprimentos de onda (em nm) no visível apresentados na tabela abaixo, devemos escolher:

Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Laranja	Vermelho
425	475	525	575	625	675

a) Apenas A b) Apenas B c) Todas d) C e D e) A, C e D

2. Qual é, em eV, a energia cinética máxima dos fotoelelectrões emitido por um certo metal se a função trabalho do material é de 2,3 eV e a frequência da radiação é de $3{,}0 \cdot 10^{15}$ Hz.
a) 101,2 eV b) 1,012 eV c) 10,12 eV d) 2,3 eV e) 3,2 eV

3. A função trabalho do tungsténio é 4,5 eV. Calcule a velocidade do mais rápido fotoelectrão emitido para fotões incidentes de 5,8 eV.
a) $6{,}76 \cdot 10^{2}$ km/s b) $6{,}76 \cdot 10^{2}$ m/s c) $6{,}76 \cdot 10^{5}$ km/s
d) $45{,}16 \cdot 10^{10}$ m/s e) $7{,}66 \cdot 10^{2}$ km/s

4. As afirmações abaixo são relativas à explicação do efeito fotoeléctrico, tendo como base o modelo corpuscular da luz.
I. A energia dos fótões da luz incidente é transferida para os electrões do metal de forma quantizada.
II. A energia cinética máxima dos electrões emitidos de uma superfície metálica depende apenas da frequência da luz incidente e da função trabalho do metal.
III. Numa superfície metálica, electrões devem ser ejectados independentemente da frequência da luz incidente, desde que a intensidade seja alta o suficiente, pois está sendo transferida energia ao metal.

Somente está(ão) correcta(s) a(s) afirmação(ões):
a) I b) II c) III
d) I e II e) I e III

5. Considere a seguintes afirmações sobre a estrutura do átomo:
I. A energia de um electrão ligado a um átomo não pode assumir qualquer valor.
II. Para separar um electrão de um átomo é necessária uma energia bem maior do que para arrancar um protão do núcleo.
III. O volume do núcleo de um átomo é aproximadamente igual a metade do volume do átomo todo.

Quais estão correctas?
a) Apenas I b) Apenas II c) Apenas I e III
d) Apenas II e III e) Todas



6. As seguintes afirmações sobre a estrutura nuclear do átomo.

I. O núcleo de um átomo qualquer tem sempre carga eléctrica positiva.

II. A massa do núcleo de um átomo é aproximadamente igual à metade da massa de todo o átomo.

III. Na desintegração de um núcleo radioactivo, ele altera sua estrutura para alcançar uma configuração mais estável.

Quais estão correctas?

a) Apenas I
b) Apenas II
c) Apenas I e III
d) Apenas II e III
e) I, II e III

7. Um átomo excitado emite energia, muitas vezes em forma de luz visível, porque:

a) Um de seus electrões foi arrancado do átomo.
b) Um dos electrões desloca-se para níveis de energia mais baixos, aproximando-se do núcleo.
c) Um dos electrões desloca-se para níveis de energia mais altos, afastando-se do núcleo.
d) Os electrões permanecem estacionários em seus níveis de energia.
e) Os electrões se transformam em luz, segundo Einstein.

8. Dois feixes de raios X, I e II, incidem sobre uma placa de chumbo e são totalmente absorvidos por ela. O comprimento de onda do feixe II é três vezes maior que o comprimento de onda do feixe I. Ao serem absorvidos, um fotão do feixe I transfere à placa de chumbo uma energia E_1 e um fotão do feixe II, uma energia E_2. Considerando-se essas informações, é Correcto afirmar que:

a) $E_2 = E_1/3$
b) $E_2 = E_1$
c) $E_2 = 3E_1$
d) $E_2 = 9E_1$
e) $E_2 = 6E_1$

9. Uma linha do espectro de raios X do ouro tem comprimento de onda 0,18 Å. Determine a energia do estado estacionário inferior, sabendo que a energia do estado superior, cuja transição resulta na linha observada é −13,7 keV.

a) −825,9 keV
b) −82,7 keV
c) 20,6 keV
d) −826 keV
e) −69 keV

Física nuclear

Acabámos de estudar as interacções que ocorrem ao nível da electrosfera dos núcleos atómicos das substâncias – Física Atómica. Agora vamos estudar as interacções que ocorrem ao nível dos núcleos atómicos e partículas elementares – Física Nuclear.

Constituem exemplos de partículas elementares o protão, o neutrão, o electrão, o positrão, o fotão, etc.

A **Física nuclear** ocupa-se das interacções ao nível dos núcleos atómicos.

Para uma melhor compreensão das interacções nucleares, vamos começar por apresentar alguns termos e conceitos que vão constituir a nossa ferramenta para o estudo da Física Nuclear.

O núcleo atómico dos elementos químicos é chamado **nuclídeo**. Assim,

Nuclídeo representa o núcleo de qualquer elemento químico.

Por isso, um nuclídeo é totalmente representado pelo número atómico, Z, e o número de massa ou massa atómica, A.

A representação do nuclídeo é normalmente feita da seguinte forma: ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$

onde:

X – representa o símbolo do elemento químico.

Z – representa o número atómico (que é igual ao número de protões, p, no núcleo).

A – representa o número de massa (que é igual à soma do número de protões, p, e neutrões, n, no núcleo). Por isso, $A = Z + N$.

Por exemplo, um nuclídeo de potássio é representado na forma ${}^{39}_{20}\mathrm{K}$, enquanto que um nuclídeo de urânio é representado na forma ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$, etc.

As partículas que figuram no núcleo atómico são denominadas **nucleões**. Por isso, nucleão é qualquer partícula contida no nuclídeo (protão ou neutrão).

Na Física Nuclear considera-se que o protão e o neutrão são a mesma partícula mas em estados diferentes. Veremos mais tarde que um protão se pode transformar num neutrão e um neutrão também se pode transformar num protão.

Por exemplo, um nuclídeo de potássio $\left({}^{39}_{19}\mathrm{K}\right)$ possui 39 nucleões, 19 protões e 20 neutrões. Como viu, na prática, o número de nucleões é igual ao número de massa, A.

Os elementos químicos distinguem-se pelo seu número atómico e pelo seu número de massa. Porém, o mesmo elemento químico pode ter massas atómicas diferentes e diferentes elementos químicos podem ter a mesma massa atómica. Assim, distinguem-se:

Elementos isótopos são aqueles que têm o mesmo número atómico mas diferente número de massa.

Por exemplo, o hidrogénio tem três isótopos: ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ (prótio), ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ ou ${}^{2}_{1}\mathrm{D}$ (deutério), ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ ou ${}^{3}_{1}\mathrm{T}$ (trítio).

O urânio também possui três isótopos: ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$, ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$, e o ${}^{234}_{92}\mathrm{U}$.

Os isótopos do urânio aqui apresentados existem na Natureza (isótopos naturais). Por exemplo, o urânio possui muitos mais isótopos, mas não são naturais.

Elementos isóbaros são aqueles que possuem o mesmo número de massa mas diferente número atómico.

Por exemplo: $^{40}_{19}K$ e o $^{40}_{20}Ca$.

Com estas ferramentas podemos passar ao estudo dos diferentes tipos de reacções nucleares, onde decorrem interacções entre núcleos e partículas elementares.

Reacções nucleares

As reacções nucleares dividem-se em três grandes grupos:

- Reacções de desintegração nuclear ou radioactividade.
- Reacções de fissão nuclear.
- Reacções de fusão nuclear.

Durante as reacções nucleares são sempre válidas a lei de conservação da massa e a lei de conservação da carga. Assim, a soma das massas atómicas dos reagentes deve ser igual à soma das massas atómicas dos produtos e a soma dos números atómicos dos reagentes também deve ser igual à soma dos números atómicos dos produtos.

A tabela 1 apresenta uma lista de partículas elementares, a sua representação e a sua massa atómica relativa, que são fundamentais na representação de qualquer reacção nuclear.

Tabela 1: Características das partículas elementares

Nome da partícula	Representação	Massa atómica relativa em u.m.a.	Carga
Protão	$^{1}_{1}p$	1,00728	e
Neutrão	$^{1}_{0}n$	1,00867	0
Electrão	$^{0}_{-1}e$	0,00055	$-e$
Positrão	$^{0}_{1}e$	0,00055	e
Fotão ou Gama	$^{0}_{0}\gamma$	0	0
Alfa	$^{4}_{2}He$	4,00278	$2e$

Desintegração nuclear ou radioactividade

O fenómeno da radioactividade foi descoberto acidentalmente pelo cientista francês Henri Becquerel (1852-1909), em 1896. Ele descobriu que os cristais de urânio emitiam raios invisíveis que:

- Emulsionavam filmes fotográficos mesmo quando estes estavam protegidos por papel preto.
- Ionizavam gases.

Mais tarde, um casal de cientistas, também francês, Marie Curie (1867-1934) e Pierre Curie (1859-1906), descobriu um novo elemento radioactivo ao qual deu o nome de rádio, Ra (do latim *radium* = que irradia).

A desintegração nuclear, ou radioactividade, é a transformação de um núcleo noutro, com a emissão de partículas radioactivas.

Também se considera radioactividade à transformação de uma partícula noutra, como, por exemplo, a transformação de um protão num neutrão e vice-versa.

A radioactividade pode ser **natural** ou **espontânea** se ocorrer de forma espontânea nos isótopos naturais ou **artificial** se ocorrer nos isótopos obtidos nos reactores nucleares.

Tipos de desintegração nuclear

Desintegração alfa

A radiação alfa é constituída por núcleos de hélio $\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right)$. Por isso, durante o processo de desintegração alfa deve libertar-se um núcleo de hélio. Por exemplo, quando o urânio-238 (238 é a massa atómica) sofre desintegração alfa, deve libertar-se um núcleo de hélio e um de tório (figura 3.1).

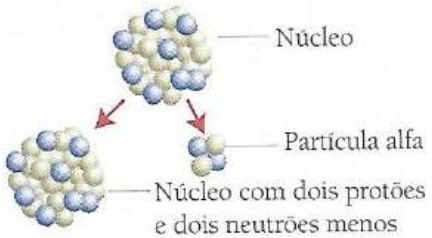


Fig. 3.1 Desintegração alfa

A equação que representa o processo é ${}^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{234}_{90}\mathrm{Th}$.

Em geral, se considerarmos um núcleo ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$ (também chamado núcleo-mãe) a sofrer desintegração alfa, ele deve libertar um núcleo de hélio $\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right)$ e um núcleo ${}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{X}$ (chamado núcleo-filho). Desta forma, a reacção geral de uma desintegração alfa será:

$${}^{A}_{Z}\mathrm{Y} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{X}$$ Regra de deslocamento de Fanjans – Soddy.

Resumindo, podemos afirmar que:

> Durante qualquer desintegração alfa liberta-se um núcleo de hélio; o número atómico do núcleo-mãe é reduzido em duas unidades e a sua massa atómica é reduzida em quatro unidades.

Esta regra foi pela primeira vez apresentada pelos cientistas Fanjans e Soddy, por isso ficou baptizada com os seus nomes.

Desintegração beta

A radiação beta é constituída por electrões ou positrões. Porém, por motivos históricos, distinguem-se dois tipos de desintegração beta:

a) **Desintegração β^- (beta-menos)**, quando a partícula emitida é um electrão. Por exemplo, quando o krípton-85 sofre desintegração β^- liberta-se um electrão e um núcleo de rubídio (Fig. 3.2).

Este facto deve-se à transformação de um neutrão do núcleo num protão e num electrão.

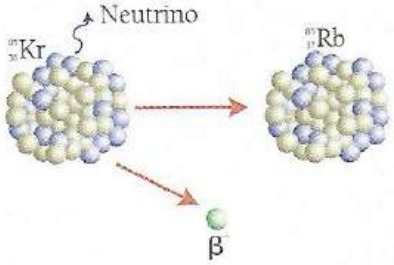


Fig. 3.2 Desintegração β^-

A equação que representa o processo é:

$$^{85}_{36}\text{Kr} \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{85}_{37}\text{Rb}$$

Em geral, se considerarmos um núcleo-mãe $^{A}_{Z}\text{Kr}$ a sofrer desintegração β^-, ele deve libertar um electrão $\left({}^{0}_{-1}e\right)$ e um núcleo-filho $_{Z+1}{}^{A}\text{X}$.

Desta forma, a reacção geral de uma desintegração β^- será:

$$^{A}_{Z}\text{Y} \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}_{Z+1}{}^{A}\text{X}$$ Regra de deslocamento de Fanjans – Soddy

Resumindo, podemos afirmar que:

> Durante qualquer desintegração β^- liberta-se um electrão; o número atómico do núcleo-mãe aumenta uma unidade e a sua massa atómica mantém-se.

b) Desintegração β^+ (beta-mais), quando a partícula emitida é um positrão. Por exemplo, quando o sódio-22 sofre desintegração β^+ liberta-se um positrão e um núcleo de néon (Fig. 3.3).
Este facto deve-se à transformação de um protão do núcleo num neutrão e positrão. A equação que representa o processo é:

$$^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{22}_{10}\text{Ne}$$

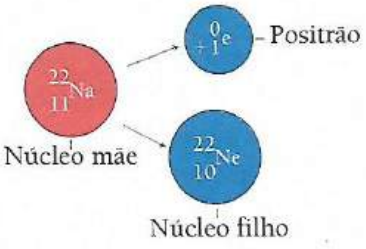


Fig. 3.3 Desintegração β^+

Em geral, se considerarmos um núcleo-mãe $^{A}_{Z}\text{Y}$ a sofrer desintegração β^+, ele deve libertar um positrão $\left({}^{0}_{+1}e\right)$ e um núcleo-filho $_{Z-1}{}^{A}\text{X}$. Desta forma, a reacção geral de uma desintegração β^+ será:

$$^{A}_{Z}\text{Y} \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}_{Z-1}{}^{A}\text{X}$$ Regra de deslocamento de Fanjans – Soddy

Resumindo, podemos afirmar que:

> Durante qualquer desintegração β^+ liberta-se um positrão $\left({}^{0}_{+1}e\right)$; o número atómico do núcleo-mãe diminui uma unidade e a sua massa atómica mantém-se.

Captura electrónica ou captura K

Considera-se captura electrónica quando um núcleo atómico capta um electrão. Por exemplo, quando o bismuto-214 capta um electrão liberta-se um núcleo de chumbo (Fig. 3.4).

Este facto deve-se à junção de um protão do núcleo com um electrão dando origem a um neutrão.

A equação que representa o processo é: $^{214}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{214}_{82}\text{Pb}$

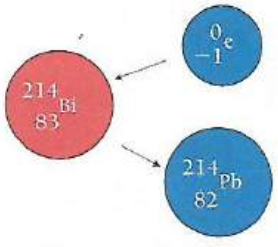


Fig. 3.4 Captura K

Em geral, se considerarmos um núcleo-mãe ${}^{A}_{Z}Y$ a sofrer captura K, ele deve captar um electrão $\left({}^{0}_{-1}e\right)$ e liberta um núcleo-filho ${}_{Z-1}{}^{A}X$. Desta forma, a reacção geral de uma captura K será:

$${}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}_{Z-1}{}^{A}X$$ Regra de deslocamento de Fanjans – Soddy

Resumindo, podemos afirmar que:

> Durante qualquer captura K o núcleo-mãe capta um electrão $\left({}^{0}_{-1}e\right)$; o número atómico do núcleo-mãe diminui em uma unidade e a sua massa atómica mantém-se.

Desintegração gama (γ)

A desintegração γ ocorre quando são emitidos fotões ou simplesmente ondas electromagnéticas. Este fenómeno ocorre, como já deve saber, quando um electrão passa de um nível de maior energia para outro de menor energia.

É de notar que a desintegração γ não constitui um tipo independente de radioactividade, pois ela acompanha as desintegrações, alfa e beta, mas sem causar alteração na carga e na massa das partículas que participam na reacção. Por exemplo, quando o cobalto-60 sofre desintegração β^-, liberta-se, para além do electrão e do núcleo de níquel, um fotão ou partícula gama (Fig. 3.5).

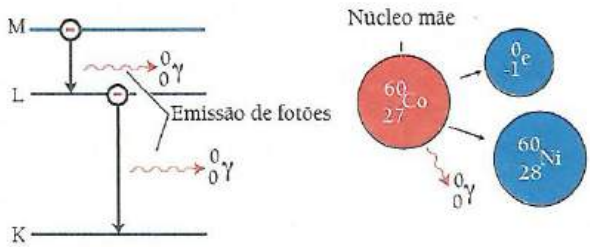


Fig. 3.5 Desintegração .

A equação que representa o processo é: $${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{0}\gamma$$

Propriedades da radiação radioactiva

A tabela 2 apresenta, de forma resumida, as propriedades da radiação radioactiva como o alcance no ar, o poder de penetração (de atravessar corpos) e a velocidade em relação à velocidade da luz no vácuo, c (onde $c = 3 \times 10^8$ m/s).

Tabela 2: Propriedades da radiação radioactiva

	Radiação Alfa	Radiação Beta	Radiação Gama
Poder de penetração	pequeno	grande	muito grande
Alcance no ar	alguns centímetros	algumas dezenas de centímetros	alguns metros
Carga	positiva	positiva ou negativa	não tem carga
Deflexão em campos eléctricos e magnéticos	pequena	grande	nenhuma

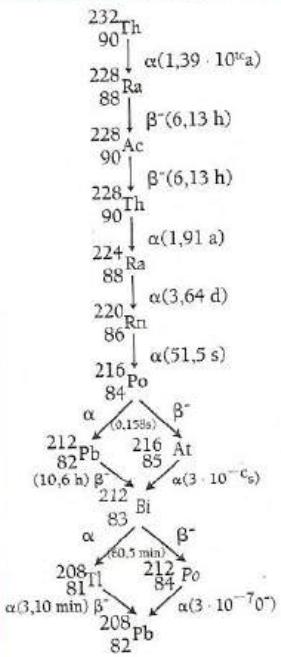
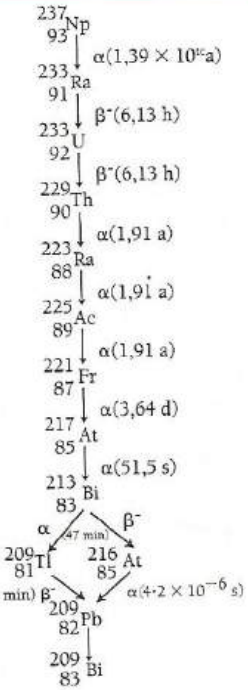
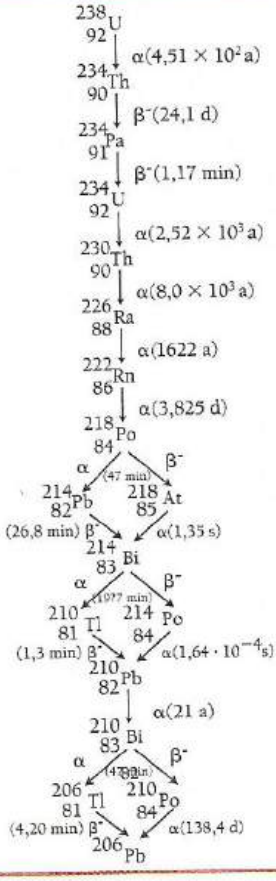
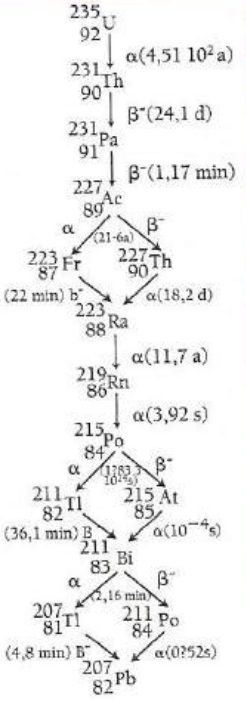
	Radiação Alfa	Radiação Beta	Radiação Gama
Poder de ionização	muito grande	grande	muito pequena
Velocidade	0,05c	0,9c	c
Massa	pesado	leve	nenhuma
Natureza	núcleos de hélio	electrões ou positrões	fotões

Famílias radioactivas

Como pode verificar, durante o processo de desintegração, os núcleos formados são, em geral, isótopos dos elementos presentes na Tabela Periódica. No entanto, se o núcleo-filho obtido também for radioactivo, dar-se-á uma nova desintegração até que se obtenha um núcleo estável. Por isso, distinguem-se as seguintes quatro séries ou famílias radioactivas seguintes:

- A família do tório $^{232}_{90}\text{Th}$, série $4n$.
- A família do urânio $^{238}_{92}\text{Np}$, série $4n + 2$
- A família do neptúnio $^{237}_{93}\text{U}$, série $4n + 1$.
- A família do actínio $^{235}_{92}\text{U}$, série $4n + 3$.

Tabela 3: Famílias ou séries radioactivas

Série do Tório	Série do Neptúnio	Série do Urânio	Série do Actínio
			

O processo de desintegração sucessiva destes nuclídeos dá-se naturalmente com a emissão de partículas alfa e beta. Os nuclídeos resultantes em cada desintegração são cada vez mais estáveis e só terminam uma vez alcançado um isótopo estável. As séries do tório, urânio e actínio terminam no chumbo $^{208}_{82}Pb$, $^{206}_{82}Pb$ e $^{207}_{82}Pb$, respectivamente.

Após a descoberta dos elementos artificiais transurânicos, adicionou-se a série do neptúnio, a qual termina no bismuto $^{209}_{83}Bi$.

Os termos $4n$, $4n + 1$, $4n + 2$ e $4n + 3$ significam que a massa atómica dos elementos (ou membros) dessas séries são exactamente divisíveis por quatro dando 0, 1, 2 ou 3, respectivamente (tabela 3). Por exemplo, na série do neptúnio, se dividirmos a massa do $^{233}_{91}Ra$ por quatro obtemos resto um. Por isso, $233 = 4 \times 58 + 1$. Os valores entre parêntesis correspondem ao período de semidesintegração, sobre o qual falaremos mais adiante, onde: min = minuto; d = dia; a = ano.

Leis da desintegração radioactiva

A desintegração radioactiva, tal como afirmou o físico australiano E. Von Schweindler, em 1905, é um processo espontâneo e puramente estatístico. Isto significa que não é possível prever qual é o núcleo que se vai desintegrar no instante a seguir. Por isso, só é possível estudar o comportamento de um grande número de nuclídeos. Essa forma de estudo é a base do estudo estatístico.

1.ª lei: o processo de desintegração radioactiva não depende das condições exteriores.

Isto significa que o processo de desintegração não é afectado pelas condições exteriores como a temperatura, humidade, etc.

A segunda lei da desintegração radioactiva baseia-se na suposição de que num mesmo intervalo de tempo (período) desintegra-se, em média, a mesma fracção de nuclídeos ainda existentes (fracção de nuclídeos por se desintegrar). Isto significa que se inicialmente tivermos 800 nuclídeos por se desintegrar, e metade deles (400) se desintegrar em 10 segundos, por exemplo, a metade dos 400 nuclídeos também se vão desintegrar em 10 segundos. E a metade dos 200 restantes também necessitará de 10 segundos para se desintegrar, e assim sucessivamente (Fig. 3.6).

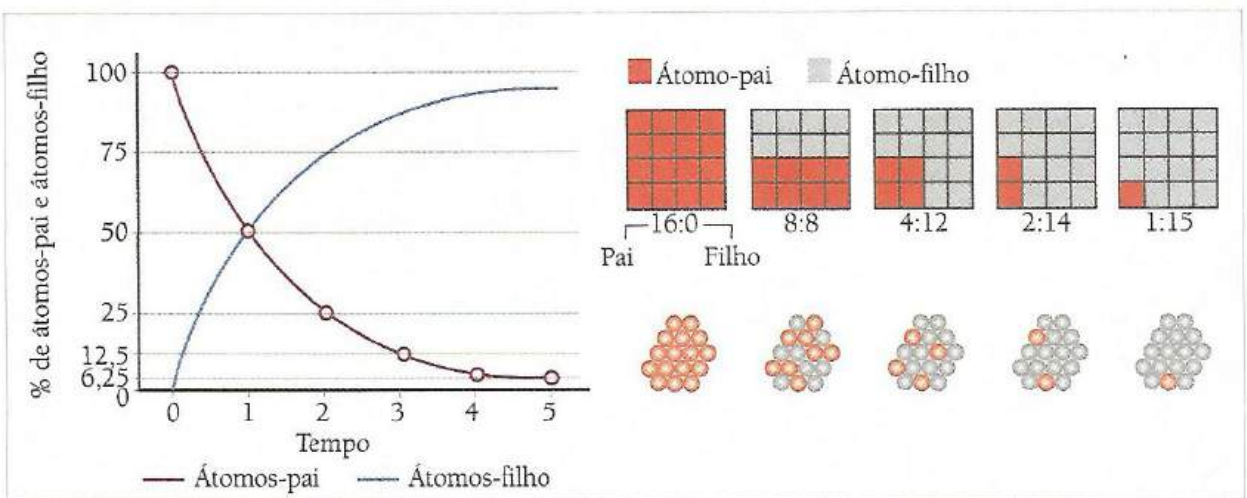


Fig. 3.6 Lei da desintegração radioactiva

Pelo exposto atrás pode-se concluir que:

2.ª lei: o número de nuclídeos que se desintegra na unidade de tempo, ΔN, é directamente proporcional ao número de nuclídeos, N, ainda por se desintegrar.

Como consequência da 2.ª lei, podemos escrever: $\sim N \Rightarrow \lambda N$.

onde:
λ é a constante de desintegração e representa a probabilidade de um determinado nuclídeo se desintegrar. A sua unidade SI é o s^{-1}.

Define-se o quociente como a actividade dum nuclídeo radioactivo. Por isso,

A actividade dum nuclídeo radioactivo é o número de nuclídeos que se desintegra na unidade de tempo.

$A = -\frac{dN}{dt}$, mas comparando com a equação, $-\frac{dN}{dt} = \lambda N$, significa que:

$$A = \lambda N$$

A unidade de medida da actividade no SI é o becquerel, Bq, em honra ao cientista Henry Becquerel onde 1 Bq = 1 s^{-1}.

Vimos na 2.ª lei da desintegração radioactiva que o tempo necessário para que se desintegre metade dos nuclídeos existentes num dado instante é o mesmo, ou seja, é constante. Esta constante define uma grandeza física chamada **período de semidesintegração** que se representa por $T_{1/2}$.

Da equação $A = \lambda N$, vemos que existe uma relação de proporcionalidade directa entre a actividade, A, e o número de nuclídeos, N. Por isso, se o número de nuclídeos é reduzido a metade, por exemplo, a actividade também é reduzida a metade.

Período de semidesintegração é o tempo necessário para que se desintegre metade dos nuclídeos existentes num dado instante ou o tempo necessário para que a actividade de um determinado nuclídeo se reduza a metade.

A unidade do período de semidesintegração no SI é o segundo, s.

O tempo, em média, que um nuclídeo radioactivo permanece até se desintegrar define outra grandeza física que é o tempo de **médio de vida**. Assim,

Tempo de médio de vida é o tempo médio de existência de um determinado nuclídeo.

A expressão para o seu cálculo é: $\tau = \frac{1}{\lambda}$

onde:
τ é o tempo médio de vida e λ é a constante de desintegração.
A unidade do tempo médio de vida no SI é o segundo, s.

A figura 3.7 representa um nuclídeo radioactivo cujo período de semidesintegração é de 20 segundos. Repare que no início existem 800 nuclídeos por se desintegrar e a contagem foi feita após sucessivos períodos de semidesintegração. Por isso, a cada período que passa, o número de nuclídeos reduz-se a sua metade.

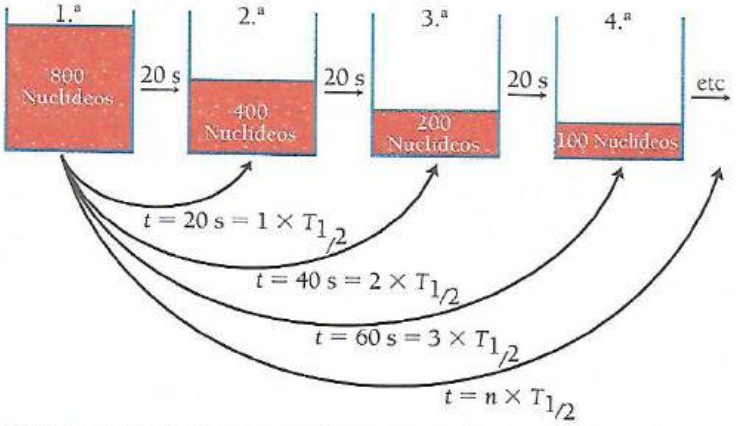


Fig.3.7 Contagem do processo de desintegração de um nuclídeo radioactivo

A tabela 4 mostra de forma resumida a contagem do tempo ao longo do processo de desintegração.

Tabela 4: Contagem do tempo ao longo do processo de desintegração

	1.ª para 2.ª	1.ª para 3.ª	1.ª para 4.ª	1.ª para a *n*-ésima
t (s)	$20 = 1 \times T_{1/2}$	$40 = 2 \times T_{1/2}$	$60 = 3 \times T_{1/2}$	$t = n \times T_{1/2}$

Como vê,

- Da 1.ª para a 2.ª caixa decorreu um período de semidesintegração.
- Da 1.ª para a 3.ª caixa decorreram dois períodos de semidesintegração.
- Da 1.ª para a 4.ª caixa decorreram três períodos de semidesintegração.

Nesta sequência, podemos concluir que da 1.ª para a *n*-ésima caixa decorreram n períodos de semidesintegração.

Por isso, após n períodos de semidesintegração o tempo decorrido é $t = n \times T_{1/2}$:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}}$$

onde:

n é o número de períodos de semidesintegração decorridos, t é o tempo decorrido e $T_{1/2}$ é o período de semidesintegração.

A tabela 5 mostra de forma resumida a contagem do número de nuclídeos por se desintegrar num determinado instante ao longo do processo de desintegração.

Tabela 5: Contagem do número de nuclídeos por se desintegrar

	1.ª para 2.ª	1.ª para 3.ª	1.ª para 4.ª	1.ª para a *n*-ésima
N (n.º de nuclídeos por se desintegrar)	$400 = \frac{N_0}{2}$	$200 = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$	$400 = \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^3}$	$N = \frac{N_0}{2^n}$

Como vê,

- Da 1.ª para a 2.ª caixa, restam 400 nuclídeos por se desintegrar, o que representa metade do número inicial N_0 de nuclídeos, ou seja, $\frac{N_0}{2}$.
- Da 1.ª para a 3.ª caixa, restam 200 nuclídeos por se desintegrar, o que representa um quarto do número inicial N_0 de nuclídeos, ou seja, $\frac{N_0}{2^2}$.
- Da 1.ª para a 4.ª caixa, restam 100 nuclídeos por se desintegrar, o que representa um oitavo do número inicial N_0 de nuclídeos, ou seja, $\frac{N_0}{2^3}$.

Desta sequência, conclui-se que da 1.ª para a n-ésima caixa, restam N nuclídeos por se desintegrar, o que representa $\frac{1}{2^n}$ do número inicial N_0 de nuclídeos, ou seja, $\frac{N_0}{2^n}$.

Assim podemos escrever que: $N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = N_0 \cdot 2^{-n}$

onde:
N – é o número de nuclídeos por se desintegrar num determinado instante.
N_0 – é o número de nuclídeos por se desintegrar no início.
n – é o número de períodos de semidesintegração decorridos.

Multiplicando ambos os membros da equação, $N = N_0 \cdot 2^{-n}$, por λ, resulta a expressão, $N \cdot \lambda = N_0 \lambda \cdot 2^{-n}$. Mas como $A = N \cdot \lambda$ e $A_0 = N_0 \cdot \lambda$, podemos finalmente escrever,

$$A = A_0 \cdot 2^{-n}$$

A tabela 6 mostra de forma resumida a fracção de nuclídeos por se desintegrar Q_P e a fracção de nuclídeos desintegrados Q_D num determinado instante ao longo do processo de desintegração.

Tabela 6: Fracção de nuclídeos por se desintegrar e de nuclídeos desintegrados

	1.ª para 2.ª	1.ª para 3.ª	1.ª para 4.ª	1.ª para a n-ésima
Q_P (fracção de nuclídeos por se desintegrarem)	$\frac{400}{800} = \frac{1}{2}$	$\frac{200}{800} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{100}{800} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$Q_P = \frac{1}{2^n}$
Q_D (fracção de nuclídeos desintegrados)	$\frac{400}{800} = \frac{1}{2}$	$\frac{600}{800} = \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{2^2}$	$\frac{700}{800} = \frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{2^3}$	$Q_D = 1 - \frac{1}{2^n}$

Como vê, a fracção de nuclídeos por se desintegrar Q_P é dada pela expressão:

$$Q_P = \frac{1}{2^n}$$

A fracção dos nuclídeos desintegrados Q_D é dada pela expressão:

$$Q_D = 1 - \frac{1}{2^n}$$

Podemos ainda representar graficamente as expressões $N = N_0\,2^{-n}$ e $A = A_0\,2^{-n}$, partindo da definição do período de semidesintegração. Repare que a cada período de semidesintegração que decorre, tanto o número de partículas como a actividade se reduzem a metade (Fig. 3.8 (a) e (b)).

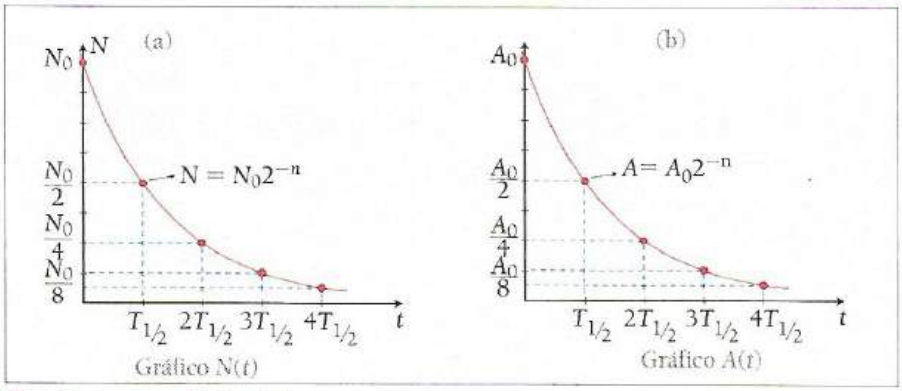


Fig. 3.8 Gráficos $N(t)$ e $A(t)$

Certamente reparou que nos exercícios que acaba de resolver, o número de períodos de semidesintegração decorridos são números inteiros. Porém, nem sempre isto acontece. Por isso, vamos deduzir uma expressão que permite também calcular os casos em que o número de períodos de semidesintegração não tem valores inteiros.

Comecemos por logaritmizar a expressão, $N = N_0 \cdot 2^{-n}$.

$$\ln N = \ln (N_0 \cdot 2^{-n})$$
$$\Leftrightarrow \ln N = \ln N_0 + \ln 2^{-n}$$
$$\Leftrightarrow \ln N - \ln N_0 = -n \ln 2$$
$$\Leftrightarrow \ln \frac{N}{N_0} = \ln e^{-n \ln 2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-n \ln 2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$$

onde:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}}$$

Como ln 2 e $T_{1/2}$ são constantes, o seu quociente define uma nova constante, a constante de desintegração, λ, que já tivemos oportunidade de introduzir anteriormente.

Assim,

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

Então podemos escrever que $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

De forma semelhante se pode deduzir a expressão $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$

Determinação experimental do período de semidesintegração

Para a determinação experimental do período de semidesintegração de nuclídeos radioactivos usa-se, normalmente, um tubo de Geiger Müller munido de um contador do número de desintegrações por unidade de tempo.

Com base nos dados, constrói-se o gráfico da actividade em função do tempo, em papel logaritmo, ou, caso não exista papel logaritmo, constrói-se o gráfico do logaritmo natural da actividade (ln A) em função do tempo (Fig. 3.9).

O declive ou coeficiente angular da recta obtida é igual ao valor da constante de desintegração e com a relação $T_{1/2} = \frac{0{,}693}{\lambda}$, pode-se calcular o período de semidesintegração.

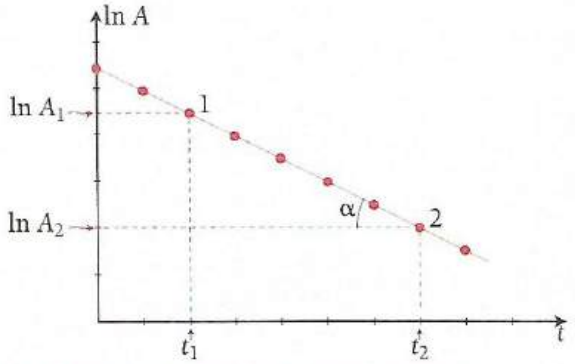


Fig. 3.9 Calculo do período de semidesintegração

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\ln A_2 - \ln A_1}{t_2 - t_1}$$

$$\lambda = |\operatorname{tg}\alpha|$$

Detecção e medição da radiação

O princípio de funcionamento dos detectores de radiação ou de partículas é o poder de ionização que é característico de toda a radiação (tabela 2).

Os detectores podem ser a gás ou com base em semicondutores. Porém, aqui iremos apenas explicar o funcionamento do detector mais comum a gás, que é o detector de Geiger Müller (Fig. 3.10).

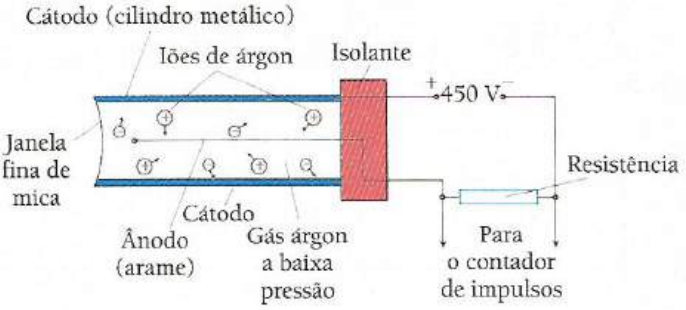


Fig.3.10 Detector de Geiger Müller

a) **Constituição**: o detector de Geiger Müller é constituído por um cilindro metálico que é o cátodo (electrizado negativamente) e que contém uma mistura rarefeita de hélio e árgon. No interior desse tubo existe um fio metálico que constitui o ânodo (carregado positivamente). O tubo e o fio estão ligados a uma resistência eléctrica que está ligada a um contador de impulsos. Entre os dois eléctrodos existe uma diferença de potencial (*d.d.p.*) devido à existência de uma fonte de alta tensão (na casa dos 450 V).

b) **Funcionamento**: quando as radiações entram pela janela de mica do tubo, ionizam o gás árgon no seu interior. Assim, formam-se iões positivos e electrões livres. Os iões formados movem-se em direcção ao cátodo e os electrões em direcção ao ânodo, provocando pequenos impulsos de corrente eléctrica que fazem variar a *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo. Estas variações da *d.d.p.* são medidas pelo detector sob a forma de uma intensidade de corrente adicional e se o detector tiver um microfone pode ouvir-se um estalido para cada partícula emitida durante a desintegração. Quanto maior for a actividade, maior será o número de estalidos que se devem ouvir devido a um maior número de desintegrações na unidade de tempo.

Efeitos das radiações nos seres vivos

O nosso Universo, a cerca de 4 500 ou mesmo 5 000 milhões de anos, era dominado pela radiação. Porém, nos dias de hoje, ele é dominado pela matéria, porque seria impossível a existência de seres vivos em condições de excesso de radiação, pois ela pode ser nociva e mesmo matar qualquer ser vivo em doses excessivas.

A nocividade da radiação deve-se ao seu poder de ionização que pode danificar células vivas, provocar mutações genéticas, cancros, etc.

A danificação das células vivas deve-se à transferência da energia das radiações para os átomos das células. Assim,

A dose de radiação absorvida, D, é a quantidade de energia transferida das radiações para cada quilograma de material.

A unidade da radiação absorvida no SI é o gray (Gy) (1 Gy = 1 J/kg). Também se usa o rad (1 Gy = 100 rad). A designação rad vem de «*radiation absorved dose*».

A nocividade da radiação absorvida depende grandemente do tipo de radiação e dos tecidos irradiados. Por isso,

A dose equivalente H é a grandeza que exprime a nocividade de uma determinada radiação.

A unidade da dose equivalente no SI é o sievert (Sv). Também se usa o rem (1 Sv = 100 rem).

Nos nossos dias já são conhecidas, com certa exactidão, as doses equivalentes máximas admissíveis, assim como os efeitos nocivos provocados pela exposição excessiva do corpo humano à radiação. A tabela 7 apresenta a dose equivalente e os seus efeitos sobre o organismo vivo após a exposição à radiação.

Tabela 7: Doses equivalentes e o seu efeito no ser humano

Dose equivalente (Sv)	Efeitos (dose única)
1000	• Morte nos minutos imediatamente seguintes.
100	• Morte nas horas imediatamente seguintes.
10	• Morte dentro de alguns meses.
7	• 90% de morte dentro de alguns meses. • Distúrbios sanguíneos e digestivos graves.
6	• Diarreias e vómitos. • Risco de perfurações intestinais.
4 a 2,5	• Náuseas, vómitos, vertigens no final da irradiação. • Modificação da fórmula sanguínea. • Riscos mortais elevados em caso de infecção.
2	• 10% de mortalidade nos meses seguintes.
1,5 a 1	• Distúrbios digestivos ligeiros. • Quedas de cabelo parciais. • Fadiga persistente (vários meses). • Aumento significativo de casos de cancro. • Esterilidade permanente na mulher. • Esterilidade durante 2 a 3 anos no homem.
0,05 a 1	• Modificação da fórmula sanguínea.

A tabela 8 apresenta as doses equivalentes resultantes da exposição humana a radiações naturais (radiação cósmica e de fundo) e artificiais (televisão, relógios luminosos, telemóveis, exames radiológicos ou raios X e proximidade de centrais nucleares).

Tabela 8: Doses equivalentes resultantes da exposição humana a radiações naturais e artificiais

Doses equivalentes anuais de radiação (10^{-3} Sv)					
Natural		Artificial			
Radiação cósmica	Radiação de fundo	Televisão	Relógios luminosos	Exames radiológicos	Centrais nucleares
0,30	0,40	0,010	0,02	0,50	0,02

Como vê, a longa exposição de um ser humano perante os raios X durante uma radiografia pode causar modificação da fórmula sanguínea (tabelas 7 e 8).

Aplicações da radioactividade

Vimos que a exposição permanente à radiação e em elevadas doses é bastante nefasta para a saúde humana. Porém, em doses muito pequenas e esporádicas esta pode ser bastante benéfica. Por isso, a radioactividade tem no nosso dia-a-dia larga aplicação na indústria, na agricultura, na bioquímica, na medicina, etc.

Na indústria, por exemplo, usam-se fracas fontes radioactivas de cobalto-60 e irídio-192 na verificação e correcção de anomalias em peças de máquinas ou na detecção de fissuras na soldadura de peças.

Na medicina, por exemplo, é usado o sódio-24 na detecção de obstruções de veias e artérias, injectanto na veia ou artéria do paciente uma solução de $^{24}NaCl$, acompanhando em seguida o seu trajecto através de detectores de radioactividade. O iodo-131 é também usado na medicina para determinar o grau de funcionamento da glândula tiróide, o qual é ingerido sob forma de uma solução aquosa de $Na^{131}I$. Medindo a actividade radiante da zona que se situa sobre a tiróide, é possível saber se o iodo foi absorvido em quantidades normais por esta glândula.

Na chamada Medicina Nuclear, as radiações gama de cobalto-60 são usadas para destruir tumores malignos, pois como estas células são de rápido crescimento, elas são muito sensíveis à radiação. Por isso, quando são expostas à radiação são destruídas em grande quantidade.

Relação entre massa e energia

Em 1905, Albert Einstein apontava como uma consequência da sua Teoria da Relatividade que qualquer mudança da energia de um corpo causava uma mudança na sua massa, daí a relação,

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

onde:

ΔE – é a variação da energia do corpo.
Δm – é a variação da massa associada a uma variação de energia.
c – é a velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \times 10^8$ m/s).

Um núcleo de lítio-7 pode ser formado pela junção de 3 protões e 4 neutrões como mostra a reacção seguinte:

$$3\,({}_1^1p) + 4({}_0^1n) \rightarrow {}_3^7\text{Li}$$

A tabela 9 dá-nos a massa das partículas intervenientes na reacção em unidades de massa atómica (1 u.m.a. = $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg).

Tabela 9: Massa de algumas partículas

Partículas	Massa (u.m.a.)
Protão	1,00728
Neutrão	1,00867
Lítio	7,01600

Como o número atómico do lítio é igual a 3 ($Z = 3$) significa que o lítio possui 3 protões e 4 neutrões, porque o seu número de massa é 7. Então, a massa total dos reagentes, ou seja, das partículas que formam o núcleo será

$$M_r = 3 \times 1{,}00728 + 4 \times 1{,}00867 = 7{,}05652 \text{ u.m.a.}$$

Assim, a diferença de massa, Δm, é igual à diferença entre a massa dos produtos, neste caso, a massa do núcleo de lítio, M_r e a massa dos reagentes, M_r. Assim,

$\Delta m = M_p - M_r$, então:

$$\Delta m = 7{,}01600 - 7{,}05652 = -0{,}004217 \text{ u.m.a.} \Rightarrow |\Delta m| = |-0{,}0042| \text{ u.m.a.}$$
$$\Delta m = 0{,}0042 \times 1{,}66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 7{,}0 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

Da relação de Einstein, tem-se:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \Rightarrow \Delta E = 7{,}00 \times 10^{-2} \times (3 \times 10^8)^2 = 6{,}3 \times 10^{-12} \text{ J}$$
$$\text{Mas como 1 eV} = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \Delta E = 6{,}3 \times 10^{-12} \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J}$$
$$\Delta E = 39 \text{ MeV } (1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV})$$

Ao valor de Δm dá-se o nome de **defeito de massa**, e à energia equivalente à massa Δm dá-se o nome de **energia de ligação**, porque é a energia necessária para manter ligadas as partículas que constituem o núcleo de uma substância. Por exemplo, no caso do lítio, a energia que mantém os 3 protões e os 4 neutrões juntos, formando um só núcleo, provém da massa perdida pelos nucleões (protões e neutrões). Resumindo, podemos afimar que:

> Defeito de massa é a diferença entre a massa dos produtos e a massa dos reagentes duma reacção.

A expressão para o seu cálculo é:

$$\Delta m = |M_p - M_r|$$

A energia correspondente ao defeito de massa, Δm, pode ser calculada pela expressão:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

onde:

E – é a energia em joule (J).

Δm – é a massa em kg.

c – é a velocidade da luz no vácuo em m/s.

Mas como a massa de 1 u.m.a. corresponde a uma energia de cerca de 931 MeV, a equação entre massa e energia de Einstein pode ter a forma:

$$E = 931 \cdot \Delta m$$

onde:

E – é a energia em megaelectrões-volt (MeV).
Δm – é a massa em u.m.a.
«931» – é a energia correspondente à massa de 1 u.m.a.

Fissão nuclear

Com a descoberta do neutrão, achou-se uma nova partícula para desencadear reacções nucleares. O neutrão apresenta, comparativamente às outras partículas (alfa, beta, electrão, etc.), a grande vantagem de ser electricamente neutro. Por isso, o neutrão pode aproximar-se do núcleo de qualquer elemento sem que seja repelido pela carga positiva do núcleo (Fig. 3.11).

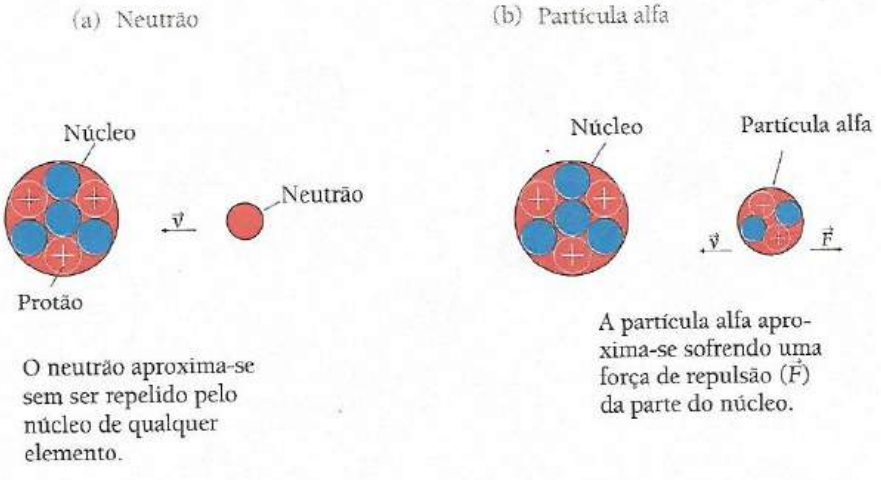


Fig. 3.11 Desencadeamento de reacções nucleares

Devido à vantagem anteriormente exposta, o neutrão passou a ser a partícula mais usada no desencadeamento de reacções nucleares. Por exemplo, quando se bombardeia um núcleo de urânio-235 $\left({}^{235}_{92}U\right)$ com neutrões, o choque é de tal maneira eficaz que o núcleo fragmenta-se (quebra-se) em dois núcleos mais leves que podem ser o bário-144 $\left({}^{144}_{56}Ba\right)$ e o krípton-90 $\left({}^{90}_{36}Kr\right)$ (Fig. 3.12).

A este tipo de reacção nuclear dá-se o nome de **fissão nuclear**.

A fissão nuclear é uma reacção nuclear durante a qual:
- Se obtêm dois núcleos pesados, mais leves que o nuclídeo-pai.
- Ocorre um defeito de massa.
- São emitidos dois ou mais neutrões, chamados neutrões de fissão.
- Se liberta grande quantidade de energia.

A equação que representa este processo é

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{144}_{56}Ba + ^{90}_{36}Kr + 2(^{1}_{0}n) + Q$$

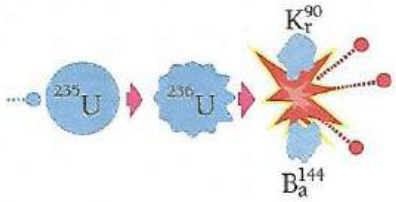


Fig. 3.12 Fissão nuclear do urânio

Espectroscopicamente pode determinar-se a massa dos nuclídeos intervenientes na reacção. Neste caso, as massas são apresentadas na tabela 10.

Tabela 10: Massas dos nuclídeos

Partículas	Massa (u.m.a.)
Krípton	89,9063
Bário	143,9054
Neutrão	1,00867
Urânio	235,0439

Assim, a massa total dos reagentes é igual a:

$$M_r = 235{,}0439 + 1{,}00867 = 236{,}05257 \text{ u.m.a.}$$

A massa total dos produtos é igual a:

$$M_p = 143{,}9054 + 89{,}9063 + 2 \times 1{,}00867 = 235{,}82904 \text{ u.m.a.}$$

Como,

$\Delta m = |M_p - M_r| \Rightarrow \Delta m = |235{,}82904 - 236{,}0525|$

$\Delta m = 0{,}22353$ u.m.a.

$E = 931 \cdot \Delta m \Rightarrow E = 931 \times 0{,}22353$ MeV

$E \approx 209$ MeV

Isto significa que em cada fissão de um núcleo de urânio-235 se liberta uma energia de cerca de 209 MeV.

Esta energia representa cerca de 45 milhões de vezes a energia que o mesmo nuclido libertaria durante uma «simples» reacção química. Para ter uma noção do poder de energia nuclear, 1 libra (450 g) de urânio liberta uma energia superior à que é libertada pela explosão de 8 000 toneladas (8 000 000 kg) de T.N.T.

A reacção apresentada anteriormente não é a única que pode ocorrer durante a fissão de um núcleo de urânio. Os produtos da reacção dependem apenas de como o núcleo se quebra.

No entanto, as três reacções mais comuns são:

$$^{235}_{92}U + (^{1}_{0}n) \rightarrow \begin{cases} ^{144}_{56}Ba + ^{90}_{36}Kr + 2\,(^{1}_{0}n) \\ ^{138}_{53}I + ^{96}_{39}Y + 3\,(^{1}_{0}n) \\ ^{140}_{55}Cs + ^{92}_{37}Rb + 4\,(^{1}_{0}n) \end{cases}$$

É importante referir que o núcleo mais pesado da fissão pode possuir uma massa entre 130 e 180, e o mais leve entre 80 e 110. É raro os dois núcleos terem a mesma massa.

Reacção de fissão em cadeia

A energia libertada durante uma reacção de fissão nuclear aparece na forma de energia cinética dos fragmentos resultantes da fissão (krípton e bário no caso do urânio-235), os quais se separam a grandes velocidades. Também fazem parte da energia libertada pelo núcleo, embora em pequena escala, os neutrões de fissão, radiação alfa e radiação beta.

Aditivamente a toda a libertação de energia um ou ambos pos fragmentos (núcleos) de fissão são, também, altamente radioactivos.

Com a presença de neutrões de fissão, atrás mencionados como possuindo energia cinética, cresce a possibilidade da fissão nuclear prosseguir em cadeia, isto é, os neutrões de fissão colidirem com outros núcleos de urânio-235 e provocarem nova fissão nuclear. Por sua vez, os novos neutrões de fissão provocam nova fissão e assim sucessivamente (figura 3.13).

Uma reacção de fissão em cadeia é aquela em que cada neutrão de fissão provoca uma nova fissão.

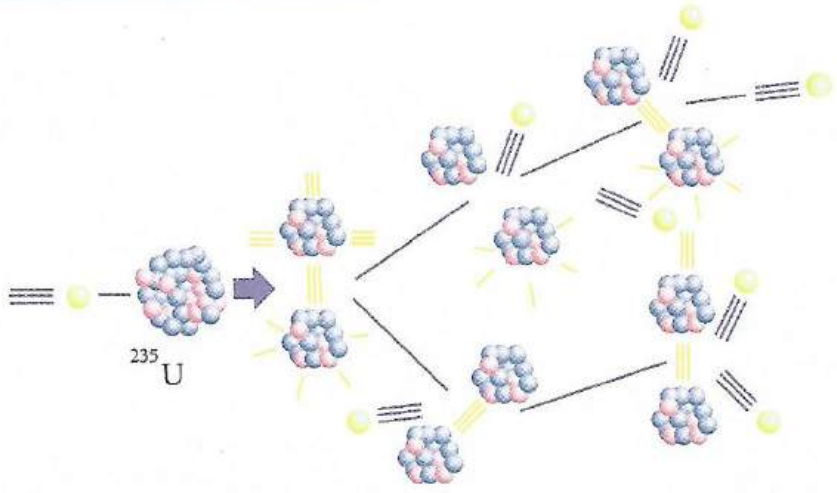


Fig. 3.13 Reacção em cadeia

No caso de uma reacção em cadeia, o número de neutrões cresce exponencialmente a cada geração. Se na 1.ª geração surgirem 2, 3, 4 neutrões de fissão, na n-ésima geração surgirão 2^n, 3^n, 4^n neutrões de fissão.

Este crescimento exponencial do número de fissões faz com que a energia libertada a cada geração também cresça exponencialmente.

Este facto é usado de forma controlada nos reactores nucleares, daí a designação de reacção em cadeia controlada, e de forma incontrolada na bomba atómica, usando-se então o termo de reacção em cadeia incontrolada.

Aplicação da fissão nuclear

Condição para a obtenção de uma reacção de fissão e massa crítica

A descoberta da fissão nuclear criou a possibilidade da existência de uma fonte energética «auto-sustentável», pois uma vez iniciada a fissão, torna-se apenas necessário controlar a multiplicação dos neutrões para que a fissão continue. Por isso, posteriormente a 1939, alguns cientistas, estudaram as especificidades da reacção em cadeia, bem como das condições para que ela ocorra.

É natural que nem todos os neutrões de fissão duma determinada geração desencadeiem uma nova fissão, visto que alguns deles abandonam a zona da reacção.

Por isso,

> A condição fundamental para que ocorra uma reacção em cadeia é que o número de neutrões de fissão que permanecem na zona da reacção seja sempre maior do que o número de neutrões que abandonam a mesma zona.

Isto é o mesmo que afirmar que a razão entre o número de neutrões entre duas gerações consecutivas N_i e N_{i+1} seja sempre maior do que a unidade:

$$k = \frac{N_{i+1}}{N_i} > 1$$

onde:

k é chamado **coeficiente de multiplicação dos neutrões.**

O sistema considera-se crítico quando $k = 1$. Isto corresponde a uma permanência constante do número de neutrões de fissão. À menor massa na qual $k = 1$ é chamada **massa crítica**. Por isso,

> **Massa crítica** é a menor massa da substância nuclear na qual é possível manter o coeficiente de multiplicação de neutrões igual à unidade ($k = 1$).

A massa crítica da substância nuclear depende dos seguintes factores:

- Pureza da substância nuclear.
- Densidade da substância nuclear.
- Forma geométrica da zona de reacção (bem como do meio que circunda a zona de reacção).

Reactor nuclear e central nuclear

A energia libertada durante a fissão nuclear é largamente utilizada nas centrais nucleares.

No reactor nuclear, a energia cinética dos fragmentos da fissão é transformada em calor.

A figura 3.14 representa, esquematicamente, um reactor nuclear.

Uma central nuclear é constituída por um reactor nuclear no qual ocorre uma reacção em cadeia controlada, usando como combustível nuclear o urânio ou o plutónio.

O combustível nuclear é bombardeado por neutrões previamente acelerados dentro do reactor, dando-se assim o arranque da reacção de fissão. O calor produzido é absorvido pelo agente de refrigeração (água). Devido à acção da bomba B_1, o agente de refrigeração abandona o reactor em direcção ao permutador de calor, levando a água do permutador à ebulição. O vapor produzido serve para girar a turbina T que está acoplada ao gerador G. Porém, uma vez desencadeada a reacção de fissão, é necessário controlá-la, moderando a produção de neutrões de fissão.

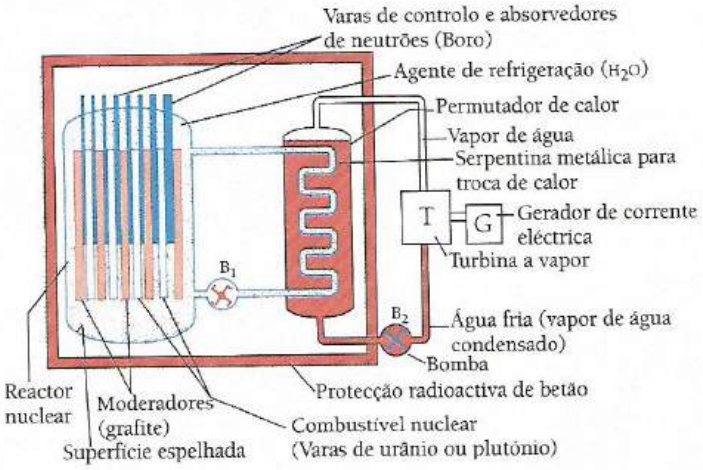


Fig. 3.14 Central nuclear.

Fusão nuclear

Contrariamente à fissão nuclear, onde um núcleo pesado se quebra dando origem a dois núcleos mais leves, durante uma reacção de fusão nuclear, dois núcleos leves fundem-se (juntam-se) para formarem um núcleo mais pesado. Assim,

A fusão nuclear é uma reacção nuclear durante a qual:
- Dois núcleos leves se juntam dando origem a um núcleo mais pesado.
- Ocorre um defeito de massa.
- Se liberta grande quantidade de energia.

Esta reacção é também designada termonuclear, porque a energia é libertada na forma de energia térmica.

Um exemplo simples de uma reacção de fusão é a que ocorre entre o deutério e o trítio dando origem a um núcleo de hélio.

$$^{2}_{1}\mathrm{D} + ^{3}_{1}\mathrm{T} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n + Q$$

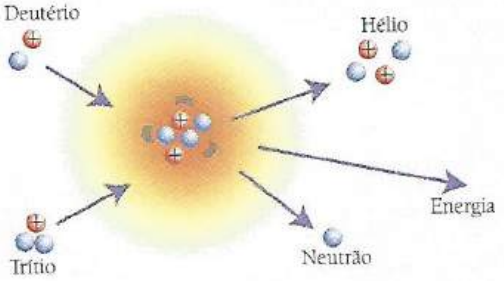


Fig. 3.15 Reacção de fusão nuclear

onde:

Q é energia libertada.

As expressões para o cálculo do defeito de massa e da energia libertada são as mesmas que as usadas na reacção de fissão. Assim,

$$\Delta m = |M_p - M_r| \quad \text{e} \quad E = 931 \cdot \Delta m$$

A energia do Sol e de outras estrelas semelhantes provém da energia libertada de reacções de fusão nuclear. Porém, distinguem-se três reacções que são a fonte energética do Sol e de outras estrelas:

- O ciclo protão-protão.
- O ciclo C-N-O (carbono-nitrogénio-oxigénio.
- O processo-3α.

O ciclo protão-protão consiste na fusão de quatro protões dando origem a um núcleo de hélio.

As reacções do processo são:

1.ª etapa: ${}_1^1p + {}_1^1p \rightarrow {}_1^2\text{He} + {}_1^0e$

2.ª etapa: ${}_1^2\text{He} + {}_1^1p \rightarrow {}_2^3\text{He} + {}_0^0\lambda$

3.ª etapa: ${}_2^3\text{He} + {}_2^3\text{He} \rightarrow {}_2^4\text{He} + 2({}_1^0\text{P})$

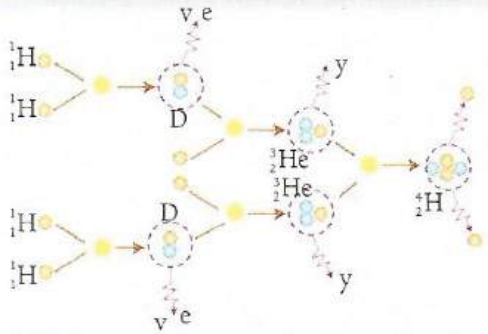


Fig. 3.16 Ciclo protão-protão

O ciclo C-N-O também consiste na fusão de quatro protões dando origem a um núcleo de hélio.

Porém, a fusão ocorre na presença do carbono, nitrogénio e oxigénio (figura 3.17).

As reacções do processo são:

1.ª etapa: ${}_6^{12}\text{C} + {}_1^1p \rightarrow {}_7^{13}\text{N} + {}_0^0\gamma \rightarrow {}_6^{13}\text{C} + {}_1^0e$

2.ª etapa: ${}_6^{13}\text{C} + {}_1^1p \rightarrow {}_7^{14}\text{N} + {}_0^0\gamma$

3.ª etapa: ${}_7^{14}\text{N} + {}_1^1p \rightarrow {}_8^{15}\text{O} + {}_0^0\gamma \rightarrow {}_7^{15}\text{N} + {}_1^0e$

4.ª etapa: ${}_7^{15}\text{N} + {}_1^1p \rightarrow {}_6^{12}\text{C} + {}_2^4\lambda$

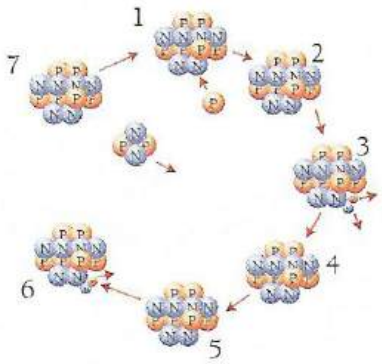


Fig. 3.17 Ciclo-C-N-O

O processo-3α consiste na fusão de três núcleos de hélio (partículas alfa) dando origem a um núcleo de carbono.

No entanto, durante o seu curso, o processo-3α passa por um núcleo intermediário de berílio que é altamente radioactivo (pode desintegrar-se emitindo duas partículas alfa). A figura 3.18 mostra como decorre o processo.

As reacções do processo são:

1.ª etapa: ${}_2^4\text{He} + {}_2^4\text{He} \rightleftarrows {}_4^8\text{Be} + {}_0^0\gamma$

2.ª etapa: ${}_4^8\text{Be} + {}_2^4\text{He} \rightarrow {}_6^{12}\text{C} + {}_0^0\gamma$

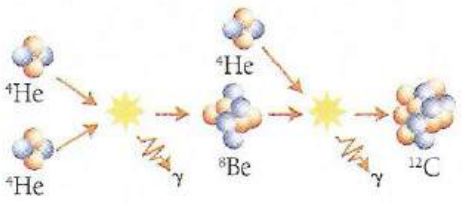


Fig. 3.18 O processo-3α

A bomba atómica e a bomba de hidrogénio

A primeira fissão nuclear foi realizada por Otto Hahn em Dezembro de 1939, em Berlim. Por este feito, foi galardoado com o Prémio Nobel da Química. O primeiro reactor nuclear germânico foi instalado no Instituto Biológico Kaiser Wilhem. Nessa altura, os reactores nucleares eram chamados de «pilhas atómicas».

O reactor germânico era constituído por camadas alternadas de urânio e cera de parafina numa esfera de alumínio imersa na água. A pilha continha 551 kg de urânio e funcionava em regime subcrítico ($k < 1$). Por isso, para que a pilha não parasse, era necessário instalar uma fonte de neutrões no centro da pilha.

Dois anos mais tarde, o italiano Enrico Fermi (Prémio Nobel da Física em 1938) produziu uma pilha auto-sustentável ($k > 1$) na Universidade de Chicago nos E.U.A. A pilha de Fermi era constituída por um enorme bloco de grafite circundado de betão.

O bloco de grafite possuía canais (orifícios) que eram usados para introduzir o urânio para produzir a reacção em cadeia. Soprava-se também para o interior dos orifícios ar para arrefecer a pilha e extrair a energia calorífica produzida. Esta pilha foi instalada num campo de *squash*.

Uma base militar secreta foi construída em Oak Ridge em Tennessee como parte do chamado «Projecto Manhattan» que fazia pesquisas para a construção da chamada bomba atómica. Em Los Alamos, Novo México, também foi construída outra base no âmbito do mesmo projecto. A questão fundamental era como transportar massas de plutónio e urânio menores que a massa crítica (massas subcríticas), num avião, para juntá-las apenas quando se estivesse sobre o alvo, de modo a obter-se uma massa superior à massa crítica, e finalmente ocorrer a reacção em cadeia.

O urânio ocorre na natureza na forma de $^{238}_{92}U$ em 99,3%, que não é fissível, e $^{235}_{92}U$ em 0,75%, que é fissível. Por isso, foi colectado usando os métodos de separação de isótopos, tarefa que é bastante difícil pelo que não havia quantidade suficiente para os testes.

A forma mais prática encontrada para a construção da bomba atómica foi a que está representada na figura 3.19.

O detonador provoca a explosão do material explosivo, fazendo com que a parte de urânio que se situa no cano da bomba desça e se junte à parte restante. A massa total assim formada é igual ou superior à massa crítica do urânio-235. Por isso, a reacção em cadeia inicia-se por si só.

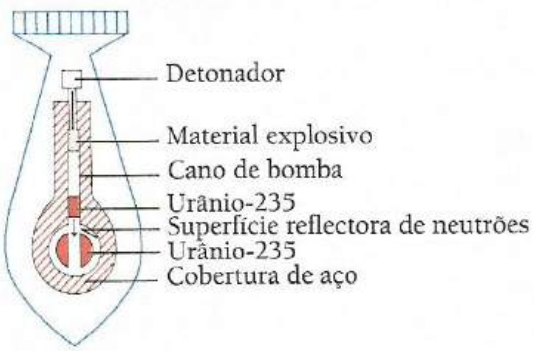


Fig. 3.19 Bomba atómica de urânio-235

A bomba de plutónio foi chamada «*Fat Man*» (homem gordo) e tinha 10 pés e 8 polegadas de comprimento (cerca de 3,25 m), 60 polegadas de diâmetro (cerca de 1,524 m) e pesava 10 800 libras (cerca de 4 900 kg). A bomba era tão grande que foi necessário alterar o tamanho da porta do avião que a transportava, antes de ser largada.

A bomba de urânio foi chamada «*Little Boy*» (pequeno rapaz) e tinha 10 pés de comprimento (3,04 m), 28 polegadas de diâmetro (71 cm) e pesava 8 900 libras (4 039 kg). Devido ao seu menor diâmetro foi possível o seu lançamento antes da bomba de plutónio.

A bomba de urânio foi lançada em Hiroshima a 6 de Agosto de 1945, no Japão. A força explosiva desta bomba era equivalente ao de 13 000 toneladas de TNT.

Ocorreram 70 000 mortes e cerca de 4 milhas quadradas (2 600 000 m^2) de terra foram desvastadas.

A 9 de Agosto de 1945, três dias apenas após o lançamento da bomba de urânio sobre Hiroshima, foi lançada a bomba de plutónio sobre a cidade de Nagasaki. A força explosiva desta bomba era equivalente ao de 23 000 toneladas de TNT. Morreram 45 000 pessoas e 2 milhas quadradas de terra foram desvastadas.

Referimo-nos anteriormente apenas às mortes imediatas, porque os efeitos das duas bombas atómicas foram e ainda são bastante nefastos para a humanidade. Isto prende-se ao facto de durante a explosão também se libertar muita substância radioactiva. A figura 3.20 apresenta a nuvem de poeiras radioactivas que se formou após a explosão da bomba atómica lançada sobre Hiroshima. De recordar que o primeiro teste feito com a bomba de plutónio foi radiação superior à que pode ser emitida pela reserva total de rádio existente na crosta terrestre.

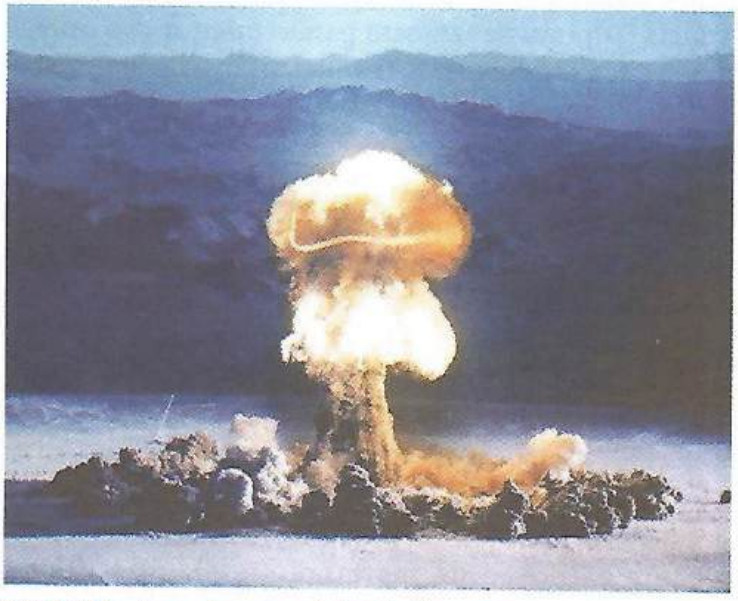


Fig. 3.20 Poeiras radioactivas da bomba de urânio

Por seu turno, a bomba de hidrogénio constitui, até ao momento, a única reacção de fusão nuclear (reacção termonuclear) que se conseguiu levar a cabo com sucesso. As altas temperaturas e densidades requeridas para que se inicie esta reacção na bomba de hidrogénio e nitrogénio são conseguidas através de reacções de fissão de uma pequena bomba de urânio.

O primeiro dispositivo termonuclear foi testado em 1952. O seu rendimento energético é 100 vezes maior que o de uma reacção de fissão. Os efeitos malévolos da bomba de hidrogénio (vulgarmente conhecida por Bomba – H) prendem-se ao facto de ela provocar um aumento brusco da temperatura ambiente. Seria o mesmo que trazermos o Sol para junto da Terra. A maior componente malévola da bomba atómica (de urânio e plutónio) está no seu carácter explosivo e na poluição radioactiva. Por isso, a reacção termonuclear controlada apresenta-se como uma fonte energética muito promissora para a humanidade.

Exercícios propostos



1. Que tipo de radiação proveniente dum material radioactivo:

a) Tem carga positiva?
b) Tem maior poder de penetração?
c) É facilmente desviada num campo magnético?
d) Consiste em ondas electromagnéticas?
e) Tem maior poder de ionização?
f) Tem menor alcance no ar?
g) Tem carga negativa?
h) Não sofre deflecção num campo eléctrico?

2. Qual dos seguintes fenómenos pode fazer com que a superfície dum corpo isolado e neutro fique electricamente carregado:

A. Emissão termoelectrónica.
B. Emissão de radiação térmica.
C. Emissão de raios γ.
D. Emissão de raios X.
E. Radiação de uma antena.

3. Relativamente a um átomo de bismuto $^{209}_{83}Bi$, responde:

a) Quantos protões tem?
b) E neutrões?
c) E nucleões?

4. Com o auxílio de uma Tabela Periódica, complete as seguintes reacções de desintegração radioactiva e diga o nome do tipo de desintegração que ocorre.

a) $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{?}_{?}e + ^{4}_{2}He$

b) $^{?}_{?}? \rightarrow ^{215}_{84}? + ^{?}_{?}\gamma + ^{4}_{2}?$

c) $^{231}_{?}Th \rightarrow ^{?}_{91}? + ^{0}_{-1}\beta^{+} ?$

d) $^{?}_{?}Po + ^{0}_{-1}? \rightarrow ^{210}_{?}?$

5. A equação para a desintegração radioactiva de quatro nuclídeos, representados pelas letras A, B, C e D é:

$$^{232}_{90}A \rightarrow ^{228}_{88}B \rightarrow ^{228}_{89}C \rightarrow ^{228}_{89}D \rightarrow ^{228}_{90}E$$

a) Apresente as equações com as partículas emitidas em cada desintegração.
b) Que letras representam elementos isótopos? E isóbaros?

6. Calcule quantas partículas α são emitidas, no total, quando um nuclídeo de urânio-238 decai continuamente para um átomo de chumbo-206.

7. O rádio-226 tem um período de semidesintegração de 1 600 anos.
   a) Quantos períodos de semidesintegração decorreram em 9 600 anos?
   b) Qual é a fracção restante de nuclídeos (nuclídeos por se desintegrar) decorridos 4 800 anos?
   c) Qual é a fracção que decai (nuclídeos desintegrados) decorridos 6 400 anos?

8. O iodo-131 tem um período de semidesintegração de 8 dias. Uma fonte deste isótopo tem uma actividade inicial de 2,0 Bq.
   a) Qual é o valor da actividade decorridos 24 dias?
   b) Quanto tempo decorrerá até que a actividade seja de 1,0 Bq?

9. O período de semidesintegração do rádon-220 é de cerca de 60 s. Se o número de desintegrações é de 600 por segundo, em quanto tempo diminui para 75 por segundo?

10. Em 120 dias, a actividade de uma amostra de polónio, Po, decai para $\frac{1}{8}$ do seu valor inicial. A reacção pode ser escrita na forma:

$$^{a}_{b}\text{Po} \rightarrow {}^{c}_{d}\alpha + {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{0}_{0}\gamma$$

   a) Quais são os valores das letras *a*, *b*, *c*, *d*.
   b) Quantos períodos de semidesintegração decorreram em dias?

11. Uma amostra de tório-229 possui uma actividade de $\frac{5}{3}$ μCi (micro-Curie). O seu período de semidesintegração é de 7 340 anos.

   (Nota: 1 Ci = $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq e 1 μCi = 10^{-6} Ci)
   a) Ao fim de quanto tempo a sua actividade será de $\frac{5}{48}$ μCi?
   b) Qual será a actividade do nuclídeo radioactivo decorridos 22 020 anos?

12. O período de semidesintegração dum nuclídeo radioactivo é de 8,7 h. Qual é o valor da constante de desintegração?
   A. $2{,}2 \times 10^{-5}\ s^{-1}$
   B. $8{,}0 \times 10^{-2}\ s^{-1}$
   C. $6{,}0\ s^{-1}$
   D. $2{,}2 \times 10^{4}\ s^{-1}$
   E. $4{,}5 \times 10^{5}\ s^{-1}$

13. Inicialmente, o número de átomos dum nuclídeo radioactivo Y é de $2{,}0 \times 10^{21}$. O seu período de semidesintegração é de 4 h.
   a) Qual é o valor da constante de desintegração?
   b) Quantos átomos do elemento Y existem 6 horas depois?
   c) Quantos átomos se desintegraram as 6 horas depois?

14. O iodo-132 tem um período de semidesintegração de 2,3 horas. Uma amostra radioactiva deste nuclídeo tem uma actividade inicial de 6 000 Bq.
   Calcule:
   a) A constante de desintegração.
   b) O número inicial de partículas.
   c) A actividade da amostra radioactiva decorridas 10 horas.

15. A tabela pertence a uma fonte de radiação γ.
Determine o período de semidesintegração da fonte.

Tempo (h)	0	6	12	18	24	30	36	42	48
Contagem por minuto	289	220	178	133	110	82	68	59	51

16. Dada a reacção de fissão

$$^{232}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{148}_{57}La + ^{144}_{56}Ba + ?$$

a) Complete a reacção.
b) Calcule o defeito de massa que ocorre durante a reacção.
c) Calcule a energia libertada.
d) No caso de uma reacção em cadeia, quantos neutrões existirão na 4.ª e 10.ª gerações?
U = 235,10 u.m.a.; n = 1,009 u.m.a.; La = 147,90 u.m.a.; Br = 84,97 u.m.a.

17. Uma reacção típica de fissão é:

$$^{232}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{148}_{57}Mo + ^{139}_{57}La + ? + 7$$

a) Complete a reacção.
b) Calcule a energia libertada pela reacção.
c) Quantos neutrões de fissão existirão na 5.ª geração no caso de uma reacção em cadeia?

Partículas	Massa (u.m.a.)
n	1,009
Mo	94,906
La	138,906
U	235,044

18. a) Calcule a energia libertada na fusão de dois protões e dois neutrões na formação de hélio. (p = 1,009 u.m.a.; He = 4,0028 u.m.a.)
b) Calcule a energia libertada na fusão de dois núcleos de deutério na formação de um núcleo de hélio. (D = 2,0141 u.m.a.; He = 4,0028 u.m.a)

19. A fusão de um núcleo de deutério e outro de trítio dão origem a um núcleo de hélio e mais uma partícula.
a) De que partícula se trata?
b) Calcule a massa do núcleo obtido sabendo que a energia libertada durante a reacção é de 18 eV. (D = 2,0141 u.m.a.; T = 3,0161 u.m.a.; n = 1,0087 u.m.a.).

Escolha múltipla

1. As três primeiras etapas na série de decaimento radioactivo do urânio-238 ($^{238}_{92}U$) envolvem emissão sucessiva de uma partícula alfa ($+2^4\alpha$), uma partícula beta ($_{-1}\beta$) e outra partícula beta ($_{-1}\beta$). Sobre o elemento resultante do decaimento, é correcto afirmar que:
   a) Na primeira etapa, possui número de massa 234 e número atómico 92.
   b) Após as duas primeiras etapas, possui número de massa 234 e número atómico 91.
   c) Após as três etapas, possui 144 neutrões no seu núcleo.
   d) Na primeira etapa, possui 90 neutrões no seu núcleo.
   e) Após as três etapas, possui 96 protões no seu núcleo.

2. Em 1908, Ernest Rutherford recebeu o Prémio Nobel da Química pelo seu trabalho para determinar a massa e a carga eléctrica das partículas alfa, beta e gama, que são emitidas pelos núcleos dos átomos de certos elementos radioactivos. Analise as afirmações seguintes, considerando que e e me sejam, respectivamente, a carga e a massa de repouso do electrão.
   I. A partícula alfa tem carga eléctrica +4e, e sua massa de repouso é aproximadamente 7340 me.
   II. A partícula beta pode ter carga eléctrica +e ou e, e a sua massa de repouso é igual à do protão, ou seja, aproximadamente 1840 me.
   III. A partícula gama é um fotão de radiação electromagnética, não possui carga eléctrica e sua massa é nula.

   Assinale a alternativa correcta.
   a) Somente I e II b) Somente II e III c) Somente I
   d) Somente II e) Somente III

3. O átomo $_{92}^{238}U$ emite uma partícula alfa, originando um átomo do elemento X; este, por sua vez, emite uma partícula beta, originando um átomo do elemento Y. Podemos concluir que:
   a) Y tem número atómico 91 e 143 neutrões. b) Y é isóbaro de X.
   c) Y tem número atómico 89 e número de massa 234.
   d) X tem número atómico 94 e número de massa 242.

4. Um elemento radioactivo sofre a seguinte série de desintegrações: X → Y → Z → W, por emissão, respectivamente, de partículas beta, beta e alfa. São isótopos:
   a) X e Y b) X e W c) Y e Z d) Y e W e) Z e W

5. A família radioactiva do urânio inicia com a seguinte sequência:

$$^{238}_{92}U \rightarrow ^{234}_{90}Th + X \rightarrow ^{234}_{91}Pa + Y \rightarrow ^{234}_{92}U + Z$$

   As partículas X, Y e Z correspondem, respectivamente, a:
   a) β^-; α; $\alpha\beta$ b) γ; α; β^- c) α; β^-; β^+; d) α; β^-; β^-

6. Fissão nuclear é a divisão de um núcleo atómico pesado e instável que ocorre, por exemplo, por bombardeamento desse núcleo com neutrões, libertando energia. A alternativa que correctamente representa uma reacção de fissão é:
   a) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{144}_{55}Cs + ^{90}_{37}Rb + 3(^{1}_{0}n)$ b) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{235}_{56}Ba + ^{235}_{36}Kr$
   c) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{238}_{92}U + 3(^{1}_{0}n)$ d) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{56}Cs + ^{90}_{36}Rb + 3(^{1}_{0}n)$



7. Na reacção nuclear: ${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + \left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right) \rightarrow {}^{30}_{15}\mathrm{P} + \mathrm{X}$, o símbolo X representa:
   a) Partícula alfa b) Radiação gama c) Um electrão
   d) Um neutrão e) Um protão

8. A primeira transmutação artificial de um elemento em outro, conseguida por Rutherford em 1919, baseou-se na reacção: ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow \mathrm{E} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$. Das afirmações que se seguem, quais são as verdadeiras?
   a) O núcleo E tem 17 neutrões.
   b) O átomo neutro do elemento E tem 8 electrões.
   c) O núcleo ${}_{1}\mathrm{H}$ é formado por um protão e um neutrão.
   d) O número atómico do elemento E é 8.
   e) O número de massa do elemento E é 17.

9. Uma substância radioactiva tem meia-vida de 8 h. Partindo de 100 g do material radioactivo, que massa da substância restará após 32 h ?
   a) 32 g b) 6,25 g c) 12,5 g d) 25 g e) 50 g.

10. Um elemento radioctivo tem um isótopo cuja meia-vida é 250 anos. Que percentagem da amostra inicial, deste isótopo, existirá depois de 2000 anos?
   a) 25% b) 12,5% c) 1,25% d) 6,25% e) 4%.

11. A meia-vida do isótopo radioativo ${}^{23}_{11}\mathrm{Na}$ é de 1 minuto. Em quantos minutos 12g desse isótopo se reduzem a 3g?
   a) 5 min b) 4 min c) 1 min d) 3 min e) 2 min

12. Período de semi-desintegração (ou meia-vida) de um elemento radioactivo é o tempo no qual:
   a) A metade da quantidade inicial dos átomos do elemento se desintegra.
   b) Todos os átomos do elemento se desintegra.
   c) $6{,}02 \times 10^{23}$ átomos do elemento se desintegra.
   d) 1 mol do elemento se desintegra.
   e) Um átomo emite partículas radioativas.

13. Um elemento radiactivo perde 87,5% de sua actividade depois de 72 dias. A meia-vida desse elemento é de:
   a) 24 dias b) 36 dias c) 48 dias d) 60 dias e) 72 dias

14. No diagnóstico de doenças da tiróide, submete-se o paciente a uma dose de ${}^{131}\mathrm{I}$, beta emissor, de meia-vida 8 dias. Após 40 dias da aplicação, a dose inicial terá caído para:
   a) Metade b) 20% c) 32% d) 17,48% e) 3,125%

Mecânica dos fluidos

A palavra fluir é usada para designar o movimento de líquidos e gases. Por isso, os gases e os líquidos são, também, de uma forma geral, chamados fluidos.

Fluido é o termo usado para designar toda a substância no estado líquido ou gasoso.

Como vimos, na mecânica dos sólidos estudámos a Cinemática (os movimentos), a Estática (o equilíbrio) e a Dinâmica dos corpos sólidos. Por isso, na mecânica dos fluidos estudaremos a Hidrostática (os fluidos em equilíbrio) e a Hidrodinâmica (os fluidos em movimento).

Hidrostática

A Hidrostática é o capítulo da Física que se ocupa dos fluidos em repouso ou em equilíbrio.

Uma das grandezas físicas que caracteriza os fluidos é a densidade ou massa específica, ρ.

A densidade de uma substância é a massa por unidade de volume dessa substância.

Por isso, a expressão para o seu cálculo é: $\rho = \frac{m}{V}$

onde:

m é a massa e V é o volume. A unidade da densidade no SI é o kilograma por metro cúbico, kg/m^3.

Outra grandeza física que caracteriza os fluidos é a pressão.

A pressão é a força por unidade de superfície.

Por isso, a expressão para o seu cálculo é: $p = \frac{F}{A}$

onde :

F é a força e A é a área. A unidade da pressão no SI é o pascal, Pa, sendo 1 Pa = 1 N/m^2.

Pressão hidrostática

A pressão hidrostática é a pressão exercida por um fluido (líquido ou gás).

A figura 4.1 representa uma lata contendo um líquido de densidade ρ. Pretende-se determinar a pressão exercida pelo líquido no fundo da lata.

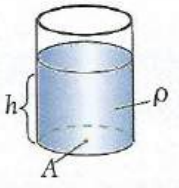


Fig. 4.1 Pressão hidrostática

Pela definição, $p = \frac{F}{A}$. Mas como $F = F_g = m \cdot g$ e $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow$

$m = \rho \cdot V$, então a pressão que o líquido exerce no fundo do recipiente pode ser escrita como:

$p = \frac{m \cdot g}{A} \Rightarrow p = \frac{\rho V g}{A}$. Porém, o volume do cilindro é dado pela expressão, $V = A \cdot h$.

Assim, $p = \frac{\rho A h g}{A} \Rightarrow p = \rho g h$

onde:
p é a pressão exercida pelo fluido (líquido ou gás), ρ é a densidade do fluido, g é a aceleração da gravidade no local e h é a profundidade.

A pressão hidrostática é directamente proporcional à densidade do fluido e à profundidade.

Por isso, a pressão hidrostática não depende da forma do recipiente que contém o líquido.

Na figura 4.2 está representado um sistema de quatro recipientes que comunicam entre si pela parte inferior (vasos comunicantes). A altura do líquido nos quatro recipientes é a mesma.

E, por isso, a pressão nos pontos A, B, C e D é a mesma. Assim, podemos afirmar que:

- Pontos que se encontram no mesmo nível, estão à mesma pressão.

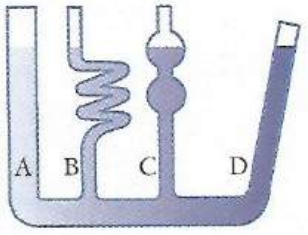


Fig. 4.2 Pressão hidrostática em vasos comunicantes

Pressão atmosférica

A pressão atmosférica é a pressão exercida pela camada de ar da atmosfera.

A existência da pressão atmosférica foi demonstrada e foi determinado o seu valor pelo cientista Torrichelli. A figura 4.3 apresenta o esquema de montagem da experiência realizada por Torrichelli para provar e medir a pressão atmosférica.

Torrichelli pegou num tubo de vidro com cerca de 1 metro de comprimento e encheu-o de mercúrio.

Em seguida, colocou o tubo no interior dum recipiente cheio de mercúrio, como mostra a figura 4.3. Assim, verificou que o mercúrio do tubo descia até cerca de 76 cm. Este facto deve-se à existência da pressão atmosférica que actua sobre a superfície livre do mercúrio que se encontra dentro da tina.

A figura 4.3 (b) mostra que a altura da coluna de mercúrio não depende da posição do tubo de mercúrio.

Com base na experiência de Torricelli pode-se verificar que:

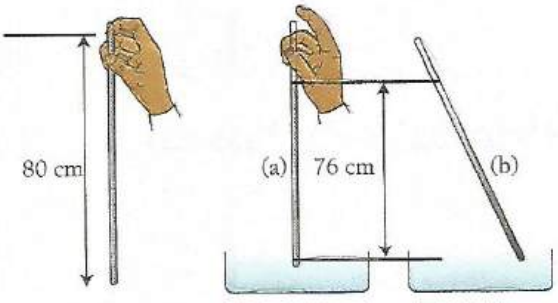


Fig. 4.3 Experiência de Torricelli

- Ao nível médio das águas do mar, a pressão atmosférica equilibra uma coluna de mercúrio de 76 cm.
- A pressão atmosférica diminui com a altitude.

Já vimos que a unidade de pressão no SI é o pascal (Pa). Porém, ainda é muito frequente medir-se a pressão em atmosfera (atm), centímetros de mercúrio (cmHg), milímetros de mercúrio (mmHg), bar (bar), milibar, (mbar) e Torricelli (torr).

1 cm de mercúrio (1 cmHg) é a pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 1 cm de altura.

São válidas as seguintes relações entre as diferentes unidades de pressão:

- 1 atm = 1,01315 $\times 10^5$ Pa = 76 cmHg = 760 mmHg = 1 013,15 bar
- 1 torr = 1 mmHg

Princípio fundamental da hidrostática

A figura 4.4 mostra um recipiente contendo um líquido de densidade ρ. Repare que sobre a superfície livre do líquido actua a pressão atmosférica. Por isso, a pressão no interior do líquido deve ser igual à soma da pressão exercida pelo líquido e pela pressão atmosférica.

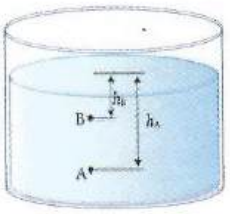


Fig. 4.4 Equação fundamental da hidrostática

«A diferença de pressões entre dois pontos de um líquido em repouso é igual ao produto da densidade do líquido pela aceleração da gravidade e pela diferença de profundidades entre esses pontos».

Por isso, $p_A - p_B = \rho \cdot g \cdot \Delta h$ onde $\Delta h = h_A - h_B$

Uma vez que sobre a superfície livre do líquido actua a pressão atmosférica (p_{atm}), a pressão absoluta em qualquer ponto no interior do líquido será igual a:

$$p = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$$

Como esta expressão é do tipo $y = b + a \cdot x$ (função linear), o gráfico que mostra a variação da pressão com a profundidade terá a forma indicada na figura onde a ordenada na origem é igual ao valor da pressão atmosférica.

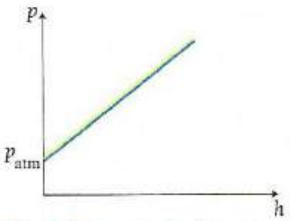


Fig. 4.5 Pressão hidrostática em função da profundidade

Princípio de Pascal

Encha completamente de água um recipiente contendo várias bocas fechadas com rolhas de borracha ou cortiça. Aplicando sobre o êmbolo uma força F, a superfície livre do líquido fica sujeita a uma pressão P. Esta pressão é integralmente transmitida a todos os pontos do líquido e, por isso, as rolhas que vedavam as bocas do recipiente, saltam.

Princípio de pascal: qualquer acréscimo de pressão num ponto de um líquido em repouso, transmite-se integralmente a todos os outros pontos

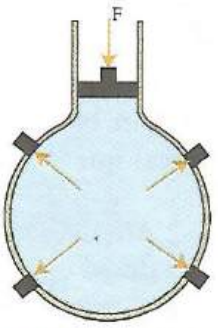


Fig. 4.6 Princípio de Pascal

Aplicação do Princípio Fundamental da Hidrostática e do Princípio de Pascal

Líquidos imiscíveis em vasos comunicantes

Já vimos que vasos comunicantes são recipientes que comunicam entre si geralmente pela parte inferior.

Líquidos imiscíveis são líquidos que não se misturam entre si quando se juntam num mesmo recipiente.

Quando se colocam dois ou mais líquidos imiscíveis num mesmo recipiente, estes colocam-se por ordem decrescente das suas densidades de baixo para cima (Fig. 4.7).

É por isso que quando juntamos água e óleo no mesmo recipiente, a água fica por baixo e o óleo fica por cima, porque a água tem maior densidade do que o óleo.

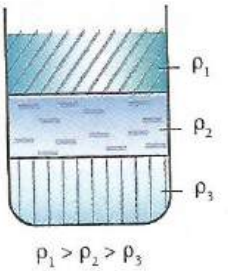


Fig. 4.7 Líquidos imiscíveis

A figura 4.8 apresenta três líquidos imiscíveis num sistema de dois vasos comunicantes. Repare que a densidade do líquido 1 é menor que a do líquido 2 e por sua vez a densidade do líquido 2 é maior que a densidade do líquido 3 ($\rho_1 < \rho_3 < \rho_2$), porque o líquido 1 atinge uma altura maior do que o líquido 2 e o líquido 2, por sua vez, atinge uma altura menor que a do líquido 3. Isto acontece porque o líquido 1 deve ficar por cima do líquido 2 e o líquido 2 por baixo do líquido 3.

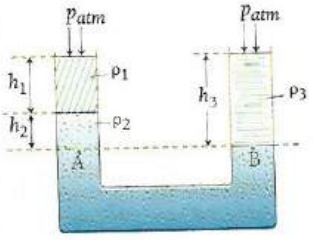


Fig. 4.8 Líquidos imiscíveis em vasos comunicantes

Como pode ver, as pressões nos pontos A e B são iguais ($p_A = p_B$), porque estão ao mesmo nível. Mas a pressão exercida no ponto A é igual à soma das pressões exercidas pela atmosfera e pelos líquidos 1 e 2 ($p_A = p_{atm} + p_1 + p_2$) e a pressão no ponto B é igual à soma das pressões da atmosfera e do líquido 3 ($p_B = p_{atm} + p_3$). Assim,

$$p_A = p_B \Rightarrow p_{atm} + p_1 + p_2 = p_{atm} + p_3 \Rightarrow \rho_1 g h_1 + \rho_1 g h_3 = \rho_3 g h_3 \Rightarrow \quad \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

Prensa hidráulica

A prensa hidráulica é um instrumento constituído por um sistema de vasos comunicantes com um líquido no seu interior. Os êmbolos permitem exercer pressão sobre as superfícies livres do líquido (Fig. 4.9).

De acordo com o Princípio de Pascal, a pressão exercida sobre o êmbolo menor transmite-se com o mesmo valor através do líquido para o êmbolo maior. Por isso,

$p_1 = p_2$. Mas como, $p = \frac{F}{A}$, então $\quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

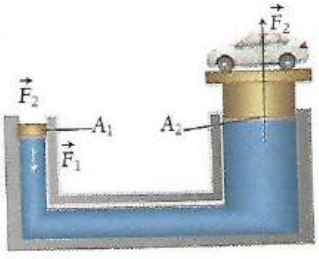


Fig. 4.9 Prensa hidráulica

A prensa hidráulica é o instrumento fundamental de todas as máquinas hidráulicas, pois ela permite multiplicar o valor da força que exercemos. Por isso, ela é usada nos macacos hidráulicos, nos camiões basculantes, pás escavadoras, etc., onde se requerem forças muito grandes.

Força de impulsão

A figura 4.10 mostra um corpo mergulhado num líquido. Repare que o corpo está sujeito às pressões p_3 e p_4 dos lados. Mas como estes pontos estão ao mesmo nível, as pressões p_3 e p_4 são iguais ($p_3 = p_4$). A parte superior do corpo está sujeita à pressão p_1 e a parte inferior está sujeita à pressão p_2. Como a parte inferior se encontra a maior profundidade, a pressão na parte inferior do corpo é maior em relação à pressão na parte superior.

Devido à diferença de pressão entre a parte superior e a parte inferior, surge uma força que é chamada força de impulsão (I).

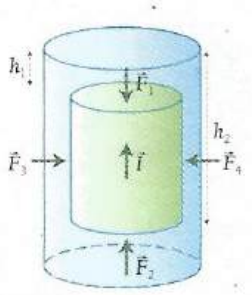


Fig. 4.10 Força de impulsão

A força de impulsão é a força vertical, de baixo para cima, que um fluido exerce sobre um corpo que nele se encontra mergulhado.

A figura 4.11 (a) mostra um corpo suspenso num dinamómetro, e quando é mergulhado num líquido o valor da força indicada pelo dinamómetro diminui devido à acção da força de impulsão (figura 4.11 (b)). Em (a), o valor da força indicada pelo dinamómetro F_d é igual ao valor da força da gravidade F_g que actua sobre o corpo ($F_d = F_g$). Em (b), a força indicada pelo dinamómetro F_d é igual à diferença entre a força da gravidade F_g e a força de impulsão I ($F_d + I - F_g = 0 \Rightarrow F_d = F_g - I$).

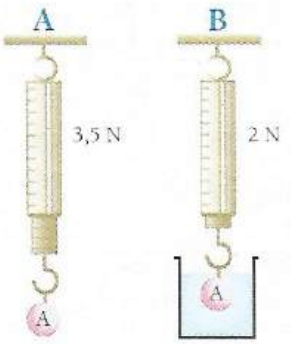


Fig.4.11 Determinação da força de impulsão

Princípio de Arquimedes

Já vimos que a força de impulsão deve-se à diferença de pressão entre a parte inferior e a parte superior do corpo mergulhado no fluido. Assim, podemos escrever:

$\Delta p = p_2 - p_1$. Mas como $p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$ e $p_2 = p_{atm} + \rho g h_2$, então:

$\Delta p = p_{atm} + \rho g h_2 - p_{atm} - \rho g h_1 \Leftrightarrow \Delta p = \rho g (h_2 - h_1)$ (1)

A pressão é definida pela relação $p = \frac{F}{A} \Rightarrow \Delta p = \frac{\Delta F}{A}$ (2)

Igualando (1) e (2) obtemos $\rho g(h_2 - h_1) = \frac{\Delta F}{A} \Leftrightarrow \Delta F = \rho g A(h_2 - h_1)$

O volume do corpo pode ser determinado pela expressão $V = A\,(h_2 - h_1)$. Assim, a equação $\Delta F = \rho g A(h_2 - h_1)$ toma a forma $\Delta F = \rho g V$. Mas como a densidade é definida pela expressão $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$, então, $\Delta F = m \cdot g$

Como a causa da força de impulsão é a diferença de pressão, a diferença de forças que daí resulta ΔF é igual à força de impulsão ou empuxo, I. Por isso, $I = mg$

Já sabemos que o peso de um corpo pode ser determinado pelo produto $m \cdot g$.

Assim, a força de impulsão é igual ao peso do volume de líquido deslocado.

O Princípio de Arquimedes estabelece que a força de impulsão é igual ao peso do volume de fluido deslocado.

A expressão para o seu cálculo pode ser:

$$I = mg \quad \text{ou} \quad I = \rho V g$$

onde m_L é a massa de líquido deslocado, ρ_L é a densidade de líquido deslocado e V_L é o volume de líquido deslocado.

Repare que ao mergulhar o corpo no interior do líquido na figura 4.11 (b), o nível do líquido no recipiente subiu, isto é, houve um deslocamento de uma determinada massa de água. Por isso, quanto maior é o volume do corpo, maior é a massa de líquido deslocado.

Condições de flutuabilidade dos corpos

Quando se mergulha um corpo no interior de um fluido, o corpo pode afundar, ficar em equilíbrio no seio do fluido ou flutuar.

A figura 4.12 (a), (b), (c) e (d) mostra as condições em que o corpo pode afundar, ficar em equilíbrio ou flutuar. Assim, podemos afirmar que ao mergulharmos um corpo no interior de um líquido:

a) Ele afunda quando:

- A força da gravidade é maior que a força de impulsão ($F_g > I$).
- A densidade do corpo é maior que a densidade do líquido ($\rho_c > \rho_L$).
- O volume do corpo é igual ao volume do líquido deslocado ($V_c = V_L$), (Fig. 4.12 (a)).

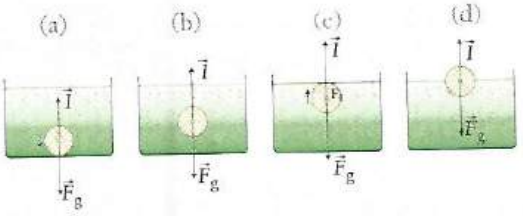


Fig. 4.12 Condições de flutuabilidade dos corpos

b) Ele fica em equilíbrio no seio do líquido quando:

- A força da gravidade é igual à força de impulsão ($F_g = I$),
- A densidade do corpo é igual à densidade do líquido ($\rho_c = \rho_L$),
- O volume do corpo é igual ao volume do líquido deslocado ($V_c = V_L$), (Fig. 4.12 (b)).

c) Ele sobe até à superfície do líquido quando:

- A força da gravidade é menor do que a força de impulsão ($F_g < I$) (Fig. 4.12 (c)).

d) Ele flutua quando:

- A força da gravidade é igual à força de impulsão ($F_g = I$),
- A densidade do corpo é menor do que a densidade do líquido ($\rho_c < \rho_L$),
- O volume do corpo é maior do que o volume do líquido deslocado ($V_c > V_L$), (Fig. 4.12 (d)).

Hidrodinâmica

A hidrodinâmica estuda as leis que regulam o movimento mecânico dos fluidos.
A grandeza física que caracteriza o escoamento de um fluido é a vazão volúmica ou caudal.

A vazão volúmica ou caudal é o volume de massa líquida que escoa pela secção transversal do tubo na unidade de tempo.

Por isso, a expressão para o seu cálculo é $Q = \frac{V}{\Delta t}$

onde:
Q é a vazão, V é o volume e Δt é o intervalo de tempo em que se escoa o fluido.

A unidade da vazão no SI é o metro cúbico por segundo (m^3/s).

A figura 4.13 mostra um tubo que escoa um fluido com uma velocidade v através da secção transversal A do tubo.

O volume de água dentro do comprimento x do tubo será, então $V = A \cdot x$.

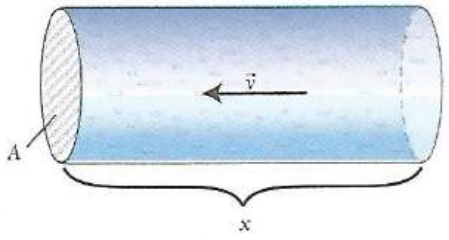


Fig. 4.13 Vazão volúmica ou caudal

Se o fluido escoar em regime permanente (v = const.), ele vai percorrer o comprimento X do tubo num intervalo de tempo Δt, ou seja,

$$x = v \cdot \Delta t$$

e como o volume do tubo é: $V = A \cdot x$, vem: $V = A \cdot v \cdot \Delta t$

Sendo $Q = \frac{V}{\Delta t}$, tem-se: $Q = \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = A \cdot v \Rightarrow Q = A \cdot v$

Durante o escoamento de um fluido existem forças de atrito entre o líquido e as paredes do tubo em que se escoa. Essas forças caracterizam a grandeza física designada viscosidade.

A viscosidade é o atrito entre o fluido e as paredes do tubo que o escoa.

Por isso, quanto maior é a viscosidade do fluido, maior é a força de atrito entre este e as paredes do recipiente. Por exemplo, o óleo é mais viscoso do que a água; isto significa que o óleo apresenta maior atrito com as paredes do recipiente que o escoa em relação à água.

Os líquidos são praticamente incompressíveis.

Um líquido ideal é incompressível e não viscoso.

As leis que iremos em seguida deduzir dizem respeito aos líquidos ideais, pois caso contrário as equações tornam-se demasiado complexas ao nosso nível.

Princípio da continuidade

Considera-se um escoamento em regime permanente aquele em que a velocidade, a densidade e a pressão verificadas num dado ponto do líquido que se escoa não variam com o tempo.

O princípio da continuidade estabelece que, no caso do escoamento de um líquido ideal, em regime permanente, o caudal permanece constante (Q = constante).

Por isso, para o caso da figura 4.14:

$$Q = \text{const.} \Rightarrow Q_1 = Q_2 \Rightarrow v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

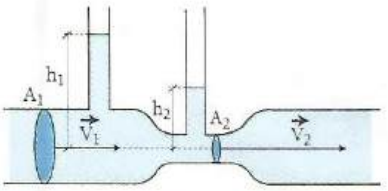


Fig. 4.14 Princípio da continuidade

Com base na equação deduzida pode-se ainda concluir que:

- *As velocidades de escoamento são inversamente proporcionais à secção transversal do tubo que escoa o líquido.*

Isto significa que quanto maior é a área da secção transversal do tubo, menor é a velocidade de escoamento e vice-versa.

Princípio de Bernoulli

A figura 4.15 representa um líquido ideal que é elevado de uma altura h_1, a uma pressão p_1 e a uma velocidade v_1, para uma altura h_2, a uma pressão p_2 e a uma velocidade v_2.

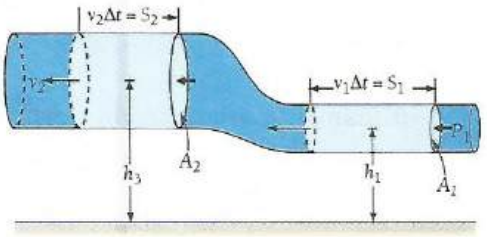


Fig. 4.15 Princípio de Bernoulli

$$W = F \cdot \Delta x \Rightarrow W = p \cdot A \cdot \Delta x \Rightarrow W = p \cdot V \Rightarrow \frac{W}{V} = p$$

$$\left(\text{porque } p = \frac{F}{A} \quad \text{e} \quad V = A \cdot \Delta x\right)$$

onde:

p é a pressão, W é o trabalho e V é o volume.
Isto significa que:

- *O trabalho por unidade de volume ou trabalho específico é a pressão p.*

Devido à sua velocidade, o líquido possui energia cinética. Então,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}\rho \cdot V \cdot v^2 \Rightarrow \frac{E_c}{V} = \frac{1}{2}\rho v^2 \left(\text{porque } \rho = \frac{m}{V}\right)$$

onde:

E_c é a energia cinética, V é o volume, ρ é a densidade e v é a velocidade.
Isto significa que:

- *A energia cinética específica é igual a* $\frac{1}{2}\rho v^2$.

Devido à altura a que o líquido se encontra ele possui energia potencial. Assim,

$$E_p = mgh \Rightarrow E_p = \rho \cdot V \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{E_p}{V} = \rho gh \quad \left(\text{porque } \rho = \frac{m}{V}\right)$$

onde:

E_p é a energia potencial, V é o volume, ρ é a densidade e h é a altura.
Isto significa que:

- *A energia potencial específica é igual a ρgh.*

O Princípio de Bernoulli é uma consequência directa da Lei de Conservação de Energia.

O Princípio de Bernoulli estabelece que, para um fluido ideal, a soma do trabalho específico, da energia cinética específica e da energia potencial específica é constante.

$$\text{Assim, } \frac{W}{V} + \frac{E_c}{V} + \frac{E_p}{V} = \frac{E_p}{V} = p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{const.}$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

Aplicando a equação de Bernoulli para o caso da figura 4.14 da página anterior, teremos $h_1 = h_2 = h$ (constante). Isto significa que a variação da energia potencial específica é nula. Assim, teremos $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_1^2)$.

Mas como $v_2 > v_1 \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 > 0 \Rightarrow p_1 - p_2 > 0 \Rightarrow p_1 > p_2$.

Deste modo, podemos concluir que:

- *A velocidade de um fluido é inversamente proporcional à sua pressão.*
  Isto significa que nos pontos de maior velocidade a pressão é menor e vice-versa.
- *Nos pontos de maior área de secção transversal, a velocidade de escoamento é menor e a pressão é maior* (se $A_1 > A_2 \Rightarrow v_1 < v_2 \Rightarrow p_1 > p_2$).
- *Nos pontos de menor área de secção transversal, a velocidade de escoamento é maior e a pressão é menor* (se $A_1 < A_2 \Rightarrow v_1 > v_2 \Rightarrow p_1 < p_2$).



Fig. 4.16 Princípio aerodinâmico na asa de um avião

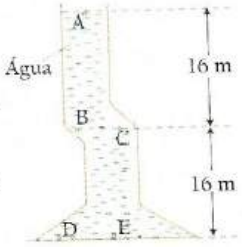
Este fenómeno é chamado *paradoxo hidrodinâmico*. É com base neste fenómeno que se explica o princípio da aerodinâmica dos aviões.

A figura 4.16 mostra um corte transversal da asa de um avião. Repare que a velocidade do ar na parte superior da asa é maior do que a velocidade do ar na parte inferior. Por isso, a pressão na parte inferior é maior do que na parte superior. Desta forma actua uma força de impulsão para cima levando o avião a flutuar.

1. A densidade do alumínio é de 2,7 g/cm^3. Expresse esta densidade g/dm^3, em kg/dm^3, g/m^3 e kg/m^3.

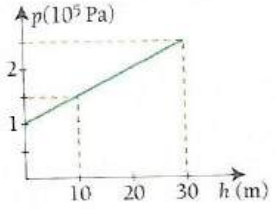
2. A densidade da água é de 1×10^3 kg/m^3. Expresse este valor em g/dm^3 e g/cm^3.

3. Observe a figura.



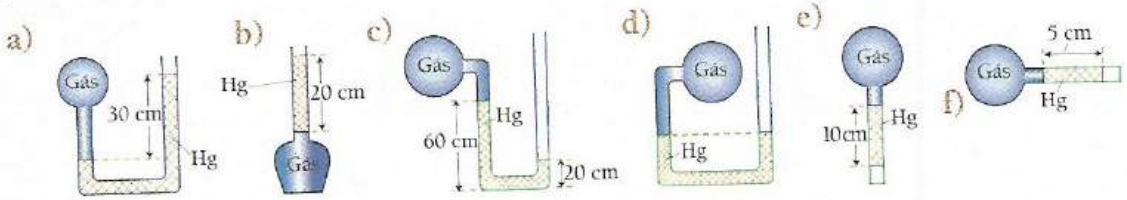
   a) Compare as pressões entre os pontos (A e B), (B e C), (C e E) e (D e E).
   b) Calcule a diferença de pressão entre os pontos A e C e entre B e D.
   c) Considerando a pressão atmosférica local igual a $1{,}0 \times 10^5$ Pa, calcule a pressão em C e E.
   d) Construa o gráfico da variação da pressão em função da profundidade (indicando as posições dos pontos A, B, C, D e E no gráfico).

4. O gráfico representa a variação da pressão com a profundidade, num líquido homogéneo.

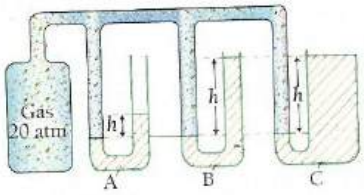


   a) Qual é o valor da pressão atmosférica?
   b) Determine a densidade do líquido.
   c) Calcule a pressão a 20 e a 40 metros de profundidade.

5. Nos casos seguintes, determine, em cmHg, a pressão do gás encerrado no recipiente, sabendo que a pressão atmosférica local vale 76 cmHg.

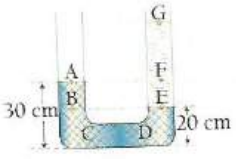


6. Num local onde a pressão atmosférica vale 760 mmHg, a pressão do gás pode ser medida com o auxílio dos manómetros em U, A, B e C. Os manómetros contêm água ou mercúrio. A pressão do gás é de 20 atm.



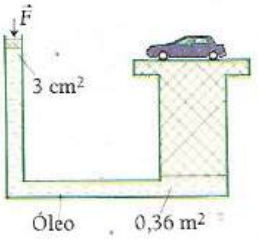
   a) Qual dos manómetros contém mercúrio? Justifique.
   b) Compare as densidades dos líquidos B e C. Justifique a sua resposta.
   c) Calcule a altura h em cada caso ($\rho_{Hg} = 13{,}6$ g/cm^3; $\rho_{H_2O} = 1$ g/cm^3).

7. Um tubo em U contém água e mercúrio. Nas condições da figura determine:

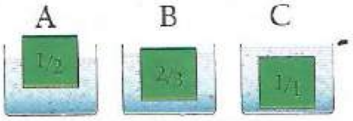


   a) A distância GE.
   b) A pressão em todos os pontos indicados, sabendo que a pressão atmosférica no local vale $1{,}0 \times 10^5$ Pa.

8. Um elevador hidráulico de uma estação de serviço é accionado por um êmbolo de 3 cm^2 para elevar um carro de 4,5 toneladas que se encontra sobre o êmbolo maior cuja área é de 0,36 cm^2 (veja a figura do exercício). Calcule a intensidade mínima da força que deve ser exercida sobre o êmbolo menor para elevar o referido carro.

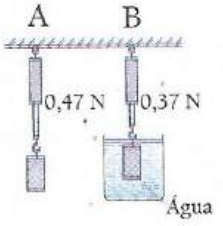


9. Um corpo de 6×10^{-5} m^3 está mergulhado em água ($\rho = 10^3$ kg/m^3). Em A tem apenas apenas $\frac{1}{2}$ do seu volume imerso, em B $\frac{2}{3}$ e em C está totalmente mergulhado.



a) Calcule o volume do líquido deslocado em cada caso.
b) Determine a força de impulsão a que está sujeito o corpo nos três casos.

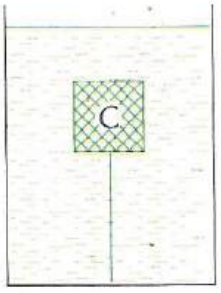
10. Observe a figura.



a) Represente todas as forças que actuam sobre o corpo e determine o seu valor.
b) Determine a massa do corpo.
c) Calcule o volume do líquido deslocado.
d) Determine a densidade do corpo.

11. Suspende-se um cubo de cobre ($\rho = 8{,}96 \times 10^3$ kg/m^3), de 8 cm de aresta, através de um dinamómetro, e mergulha-se o cubo completamente em óleo ($\rho = 7{,}9 \times 10^2$ kg/m^3). Determine:
a) A força de impulsão.
b) A massa do cubo.
c) A força indicada pelo dinamómetro.

12. A figura representa um tanque contendo um líquido de densidade $1{,}2 \times 10^3$ kg/m^3.
O corpo imerso no líquido tem um volume de 5×10^{-3} m^3 e uma densidade de $9{,}0 \times 10^2$ kg/m^3 e está preso por um fio amarrado no fundo do tanque.

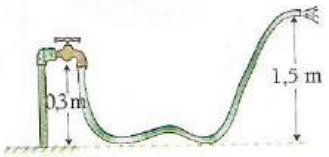


a) Desenhe todas as forças que actuam sobre o corpo.
b) Determine o valor da tensão no fio.
c) Cortando-se o fio o que acontecerá com o corpo?
d) Calcule a aceleração do corpo.
e) Quanto tempo gastará o corpo a atingir a superfície, sabendo que ele se encontra a uma profundidade de 80 cm?

13. Por um tubo de 6 cm de diâmetro escoa água a uma velocidade média de 6 m/s. Calcule a vazão em m^3/s e m^3/h.

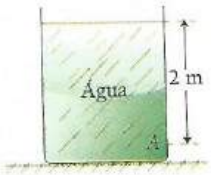
14. A velocidade de um líquido ideal num tubo de 6 cm de diâmetro interno é de 0,45 m/s. Calcule a velocidade num ponto de estrangulamento do tubo de 3 cm de diâmetro interno.

15. O jacto de água da mangueira apresentada na figura tem uma velocidade de 12 m/s. No interior da mangueira, porém, é de 0,3 m/s. A pressão atmosférica no local vale 76 cm Hg(10^5 Pa). Calcule a pressão no interior da mangueira.

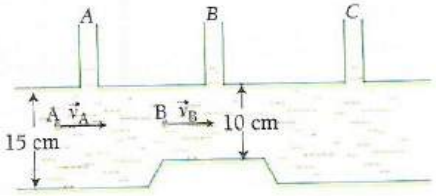


16. A água escoa-se a uma velocidade de 10 m/s num tubo de 40 cm^2 de secção transversal. Devido a um estreitamento do tubo, a velocidade da água passa a ser de 20 m/s. Calcule o diâmetro da parte estreita do tubo.

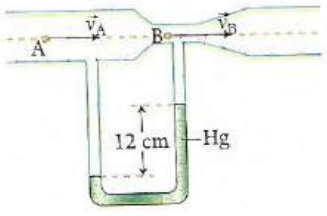
17. A figura representa um tanque contendo água. No ponto A o tanque tem um orifício de 8 mm de diâmetro.
   a) A que velocidade é que a água escoa pelo furo? (Considere um tanque muito grande.)
   b) Calcule a vazão da água pelo orifício.



18. Num tubo, como o representado, flui água com um fluxo constante.
   a) Em qual dos tubos (A, B ou C) o líquido atingirá maior altura? Porquê?
   b) Qual deve ser a velocidade da água em A para que em B tenha uma velocidade de 20 m/s?
   c) Calcule a diferença de alturas entre as superfícies livres do líquido nos tubos B e C.



19. A figura representa um tubo de Venturi com diâmetros de 18 cm e 6 cm em A e B, respectivamente. A densidade do mercúrio é de 13 600 kg/m^3. Calcule:



   a) A diferença de pressão entre os pontos A e B.
   b) As velocidades do fluido em A e em B, sabendo que a sua densidade é de $1{,}04 \times 10^3$ kg/m^3.
   c) A vazão do fluido.

Escolha múltipla

1. Um líquido flui através de um tubo de secção transversal constante e igual a 5,0 cm^2 com velocidade de 40 cm/s.

1.1. A vazão do líquido ao longo do tubo, em m3/s, é igual a:

a) $2 \cdot 10^{-5}$ b) $2 \cdot 10^{-4}$ c) $4 \cdot 10^{-4}$ d) $4 \cdot 10^{-5}$ e) $1 \cdot 10^{-4}$

1.2. O volume de líquido, medido em litros, que atravessa uma secção do tubo, em 10 s.

a) 0,5 b) 1 c) 1,5 d) 2 e) 4

2. Considere duas regiões distintas do leito de um rio: uma larga A de secção transversal de 200 m^2, e outra estreita B, com 40 m^2 de área de secção transversal. A velocidade do rio na região A tem módulo igual 1,0 m/s. De acordo com a equação da continuidade aplicada ao fluxo de água, podemos concluir que a velocidade do rio na região B tem módulo igual a:

a) 1,0 m/s b) 2,0 m/s c) 3,0 m/s d) 4,0 m/s e) 5,0 m/s

3. Um líquido, suposto incompressível, escoa através de uma mangueira cilíndrica de raio r e enche um recipiente de volume V em um intervalo de tempo t.

A velocidade de escoamento do líquido, suposta constante, tem módulo igual a:

a) $\frac{V}{rt}$ b) $\frac{V}{\pi r^2 t}$ c) $\frac{V\pi r^2}{t}$ d) $\frac{V}{2\pi rt}$ e) $V\pi r^2 t$

4. As figuras representam secções de canalizações por onde flui, da esquerda para a direita, sem atrito e em regime estacionário, um líquido incompressível. Além disso, cada secção apresenta duas saídas verticais para a atmosfera, ocupadas pelo líquido até às alturas indicadas. As figuras em acordo com a realidade física são:

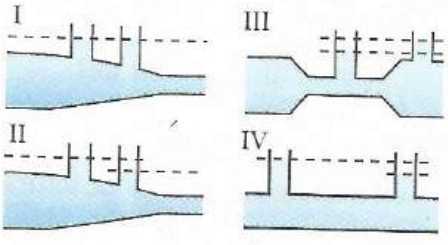
a) II e III (quanto menor a secção, maior a velocidade e menor a pressão)

b) I e IV

c) II e IV

d) III e IV

e) I e III



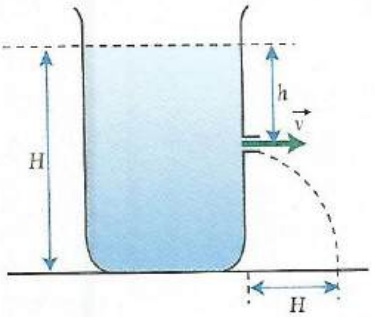
5. Através de uma tubulação horizontal de secção recta variável, escoa água, cuja densidade é 1 g/cm^3. Numa secção da tubulação, a pressão e o módulo da velocidade valem, respectivamente, $1,5 \cdot 10^5$ N/m^2 e 2,0 m/s. A pressão noutra secção da tubulação, onde o módulo da velocidade vale 8,0 m/s, é, em N/m^2:

a) $1,2 \cdot 10^5$ b) $1,8 \cdot 10^5$ c) $3,0 \cdot 1^5$ d) $6,0 \cdot 10^5$ e) $1 \cdot 10^5$

6. Em uma cultura irrigada por um cano que tem área de secção recta de 100 cm^2, passa água com uma vazão de 7 200 litros por hora. A velocidade de escoamento da água nesse cano, em m/s, é:

a) 0,02 b) 0,2 c) 2 d) 20 e) 200

7. Um recipiente, de grande área de secção transversal, contém água até uma altura H. Um orifício é feito na parede lateral do tanque a uma distância h da superfície do líquido. A área do orifício é de 0,1 cm^2 e a aceleração é $g = 10\ m/s^2$. No instante em que $h = 0{,}80$ m e $H = 1{,}25$ m, determine:



7.1. A velocidade com que o líquido escoa pelo orifício é de:

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s
d) 4 m/s e) 5 m/s

7.2. A vazão de água pelo orifício é igual a:

a) $4 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$ b) $2 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$ c) $1{,}5 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$
d) $1 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$ e) $0{,}5 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$

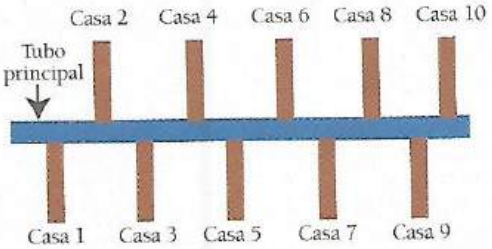
7.3. O alcance horizontal D, do jacto de água que sai pelo orifício é de:

a) 0,4 m b) 0,8 m c) 1,2 m
d) 1,6 m e) 2,0 m

8. Uma piscina, cujas dimensões são 18 m × 10 m × 2 m, está vazia. O tempo necessário para enchê-la é 10 h, através de um conduto de secção A = 25 cm^2. A velocidade da água, admitida constante, ao sair do conduto, terá módulo igual a:

a) 1 m/s b) 2 km/s c) 3 cm/min
d) 4 m/s e) 5 km/s

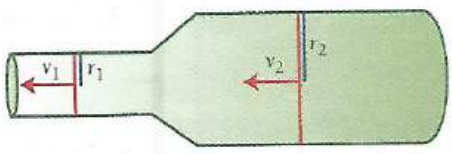
9. O sistema de abastecimento de água de uma rua, que possui 10 casas, está ilustrado na figura ao lado. A vazão do tubo principal é de 0,01 m^3/s. Supondo que cada casa possui uma caixa d'água de 1 500 litros de capacidade e que estão todas inicialmente vazias, em quantos minutos todas as caixas-d'água estarão cheias? Suponha que durante o período de abastecimento nenhuma caixa estará fornecendo água para as suas respectivas casas.



a) 15 min. b) 20 min. c) 25 min.
d) 30 min. e) 35 min.

10. Um fluido ideal percorre um cano cilíndrico em regime permanente. Em um estrangulamento onde o diâmetro do cano fica reduzido à metade, a velocidade do fluido fica:

a) Reduzida a 1/4
b) Reduzida à metade
c) A mesma
d) Duplicada
e) Quadruplicada



Calorimetria

Nesta unidade vamos estudar as trocas de calor entre corpos. A calorimetria tem por finalidade a análise, do ponto de vista quantitativo, do problema das trocas de calor entre sistemas postos em presença a diferentes temperaturas no interior de recipientes.

Conceito de temperatura

Todos os corpos são constituídos por partículas que estão sempre em movimento. Esse movimento é denominado energia interna do corpo.

O nível de energia interna de um corpo depende da velocidade com que as suas partículas se movimentam, isto é, se o movimento é rápido, o corpo possui um nível de energia interna alto; se o movimento é lento, o corpo tem um nível de energia interna baixo.

Investigando microscopicamente um corpo, observou-se que o seu estado de aquecimento influi no estado de agitação das suas partículas, tornando-o mais acentuado à medida que vai ficando mais quente.

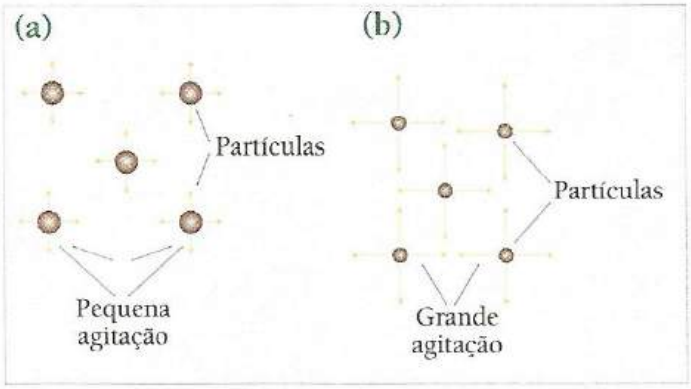


Fig.5.1 (a) Corpo frio (b) Corpo quente

Portanto, com base no conceito de energia interna, podemos definir temperatura da seguinte maneira:

> Temperatura é uma grandeza física que mede o grau de agitação das partículas (átomos e moléculas) que constituem um corpo, isto é, quanto maior for o estado de agitação das partículas, tanto maior será a sua temperatura.

Para medir a temperatura de um corpo utiliza-se um termómetro. As unidades de temperatura são as seguintes:

- Grau centígrado (Celsius) °C
- Grau Farenheit °F
- Kelvin K (SI)

A relação entre as escalas de Kelvin e Celsius é dada pela seguinte expressão:

$T\,(K) = T\,(°C) + 273$

T (K) – temperatura em kelvin

T (°C) – temperatura em graus Celsius

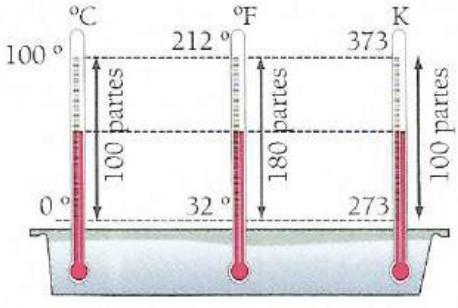


Fig. 5.2 Escalas termométricas

Conceito de calor

Considera-se que quando se aumenta a temperatura de um corpo, a energia interna que ele possui também aumenta. Se este corpo é colocado em contacto com outro, de temperatura mais baixa, haverá transferência de energia do primeiro para o segundo corpo, que é denominada calor. A figura 5.3 mostra o resultado da transferência de calor de um corpo de maior temperatura (T_1) para um corpo de menor temperatura (T_2).

Portanto, podemos definir calor do seguinte modo:

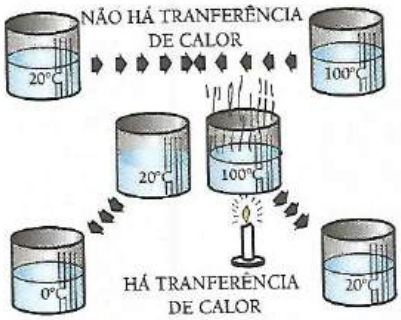


Fig. 5.3 A transferência de calor entre corpos deve-se à diferença de temperaturas entre eles.

> Calor é a energia térmica transferida de um corpo para outro devido apenas a uma diferença de temperatura entre eles.

No Sistema Internacional todas as formas de energia, inclusive o calor, são medidas em Joule (J).

Entretanto, na prática, é até hoje usada uma outra unidade de calor, muito antiga, denominada caloria (cal). Existe também a unidade quilocaloria (kcal) que é um múltipla da caloria. Eis a relação entre as unidades de calor:

1 cal = 4,18 J

1 kcal = 1 000 cal

Por definição, 1 caloria é a quantidade de calor que deve ser transferida a 1 grama de água para que a sua temperatura se eleve de 1 °C (Fig. 5.4).

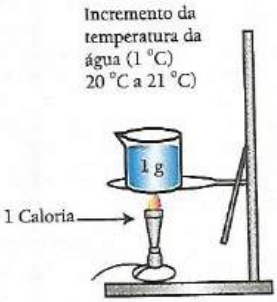


Fig. 5.4 Calor necessário para elevar de 1 °C a temperatura de 1 grama de água.

Calor sensível e calor latente

Quando um corpo recebe ou cede calor, em geral muda o estado de agitação das suas moléculas. Consequentemente, muda a temperatura do corpo ou, então, muda a forma de ligação das moléculas do corpo (o sólido torna-se líquido, o líquido torna-se vapor, etc.). Portanto, um corpo, ao receber ou ceder calor, pode sofrer dois efeitos diferentes: variação da temperatura ou mudança de fase. Exemplos:

- Se um pedaço de ferro for aquecido ele sofre um aumento de temperatura sem mudar a forma de ligação das moléculas (sem mudança de fase).
- Um pedaço de gelo a 0 °C, quando submetido a um aquecimento, absorve a quantidade de calor que lhe é fornecida sem aumentar a sua temperatura, até derreter completamente.

> Calor sensível é a quantidade de calor recebida ou cedida por um corpo ao sofrer uma variação de temperatura sem que haja mudança da forma de ligação das moléculas, isto é, sem que haja mudança de fase.
> Calor latente é a quantidade de calor recebida ou cedida por um corpo sem que haja variação de temperatura do corpo mas que acarreta mudança na forma de ligação das moléculas do corpo (mudança de fase).

Portanto, o calor recebido pelo pedaço de ferro citado no exemplo é sensível e o calor recebido pelo pedaço de gelo também citado no exemplo é latente.

Capacidade térmica de um corpo ou capacidade calorífica

Capacidade térmica é a quantidade de calor que se deve fornecer a um corpo para que a sua temperatura se eleve em um (1) kelvin.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

onde:

C – é a capacidade térmica.

Q – é a quantidade de calor.

ΔT – é a variação da temperatura.

No cálculo da variação da temperatura deve-se ter sempre em conta que:

- $\Delta T = T_f - T_i$, se o corpo aquecer.
- $\Delta T = T_i - T_f$, se o corpo arrefece.

onde:

T_f é a temperatura final e T_i é a temperatura inicial.

A unidade da capacidade térmica no SI é o joule por kelvin, J/K.

Capacidade térmica específica ou calor específico de uma substância

Calor específico é a quantidade de calor que se deve fornecer a 1 kg de uma certa substância para que a sua temperatura se eleve em um (1) kelvin.

$$c = \frac{C}{m}$$

onde:

C é a capacidade térmica, m é a massa e c é o calor específico.

A unidade do calor específico no SI é o joule por kilograma, por kelvin (J/(kg K) ou J kg^{-1} K^{-1}).

Com base na equação do cálculo da capacidade térmica podemos escrever que a quantidade de calor cedida ou recebida por um corpo é dada pela expressão:

$$Q = C \cdot \Delta T \quad \text{ou} \quad Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Nota:

- A capacidade térmica é uma característica do corpo, isto é, corpos de massas diferentes e constituídos por substâncias diferentes podem ter a mesma capacidade térmica.
- O calor específico é uma característica da substância, em dado estado de agregação.

Princípio fundamental da calorimetria

Quando dois ou mais corpos, com temperaturas diferentes, são postos em contacto, eles trocam calor entre si, até atingir o equilíbrio térmico.

> A quantidade de calor cedida pelos corpos que arrefecem é igual à quantidade de calor absorvida pelos corpos que aquecem.

$$Q_{cedido} = Q_{absorvido}$$

O uso desta igualdade permite-nos determinar os valores de várias grandezas térmicas, características de um corpo ou de uma substância, como a capacidade térmica, o calor específico e outras.

Os recipientes utilizados para estudar a troca de calor entre dois ou mais corpos são denominados *calorímetros*.

Os calorímetros são tanto quanto possível isolados do meio externo para evitar trocas de calor entre o meio externo e o calorímetro incluindo o seu conteúdo.

Existem diversos tipos de calorímetros. Alguns dos mais usados são o calorímetro de mistura, também chamado calorímetro de Berthelot, e o calorímetro eléctrico (Fig. 5.5).

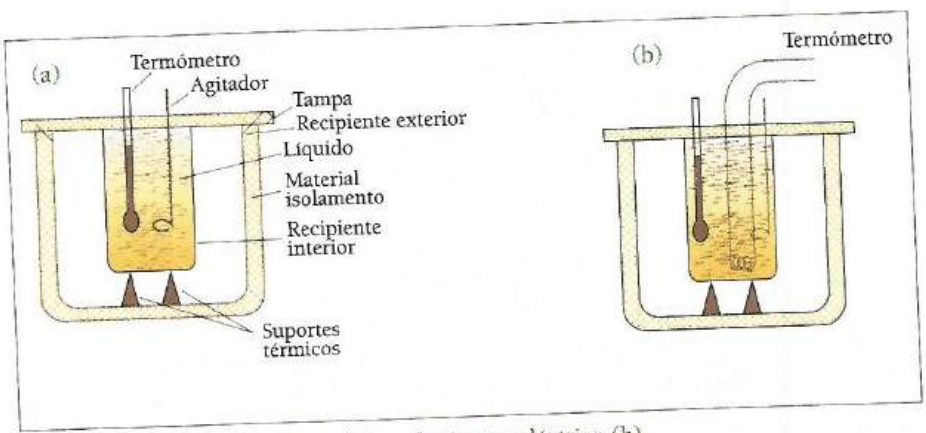


Fig. 5.5 Calorímetro de mistura (a) e calorímetro eléctrico (b)

Para que tenha uma ideia do funcionamento do calorímetro vamos, de seguida, descrever o calorímetro de mistura. Ele consiste, essencialmente, num recipiente interno, de paredes espelhadas, envolvido por outro recipiente fechado, de paredes isolantes. Com estes cuidados, consegue-se isolar termicamente o interior do calorímetro, impedindo-se a entrada ou saída de calor. Geralmente, o calorímetro contém um líquido (água, em geral) e é provido de dois acessórios: um termómetro e uma haste destinada a agitar o líquido para se obter rapidamente o equilíbrio térmico da mistura colocada no seu interior.

Exercícios resolvidos

1. Misturam-se 200 g de água a ferver a 100 °C com 100 g de água fria a 20 °C num recipiente. Pretende-se saber qual será a temperatura da mistura, tendo em conta que o calor específico da água é de 4 200 J/kg K.

2. Misturam-se 200 g de água a ferver a 100 °C com 100 g de água fria a 20 °C num calorímetro cuja capacidade térmica é de 400 J/K. Pretende-se saber qual será a temperatura da mistura, tendo em conta que o calor específico da água é de 4 200 J/kg K.

Resolução:

1. Para tirarmos os dados do exercício temos primeiro de identificar qual dos corpos cede e qual absorve. É claro que a água a ferver vai ceder calor e a água fria vai absorver. Por isso, convém separarmos os dados da água fria e da água quente. Assim, fazemos a seguinte tabela:

Cede	Absorve
Água quente	Água fria
$m = 200$ g	$m = 100$ g
$T_i = 100$ °C	$T_i = 20$ °C
$c = 4\,200$ J/kg K	$c = 4\,200$ J/kg K
$T_f = ?$	$T_f = ?$

Q cedido (pela água quente) = Q absorvido (pela água fria)

$$m \cdot c \cdot (T_i - T_f) = m \cdot c \cdot (T_f - T_i)$$
$$200 \times 4\,200 \times (100 - T_f) = 100 \times 4\,200 \times (T_f - 20)$$
$$T_f = 73{,}33\ °C$$

2. Já sabe que para tirarmos os dados do exercício temos primeiro de identificar os corpos que cedem e os que absorvem calor. É claro que a água a ferver vai ceder calor enquanto a água fria e o calorímetro vão absorver. Por isso vamos separar os dados da água fria, do calorímetro e da água quente. Assim, teremos a tabela seguinte:

Cede	Absorve	
Água quente	Água fria	Calorímetro
$m = 200$ g $T_i = 100$ °C $c = 4\,200$ J/kg K $T_f = ?$	$m = 100$ g $T_i = 20$ °C $c = 4\,200$ J/kg K $T_f = ?$	$C = 400$ J/K $T_i = 20$ °C $T_f = ?$

Q cedido (pela água quente) = Q absorvido (pela água fria e pelo calorímetro)

$$m \cdot c \cdot (T_i - T_f) = m \cdot c \cdot (T_f - T_i) + k \cdot (T_f - T_i)$$
$$200 \times 4\,200 \times (100 - T_f) = 100 \times 4\,200 \times (T_f - 20) + 400 \times (T_f - 20)$$
$$T_f = 73{,}31\ °C$$

Como vê, neste caso há uma pequena diferença no resultado com o exercício anterior, porque o calorímetro tem uma pequena capacidade térmica. Porém, nem sempre isto acontece. Por isso, sempre que no exercício for dado o valor da capacidade térmica ou da capacidade específica do recipiente onde se dá a troca de calor, devemos ter em conta o recipiente como um dos corpos que absorve calor.

Recorde-se que:

- Quando um corpo aquece ou recebe calor, a temperatura final é maior do que a temperatura inicial: $T_f > T_i \Rightarrow \Delta T > 0$.
- Quando um corpo arrefece ou cede calor, a temperatura inicial é maior do que a temperatura final: $T_f < T_i \Rightarrow \Delta T < 0$.

Mudanças de estado

É um facto conhecido que uma substância pode apresentar-se na Natureza sob três fases (estados) distintas: sólida, líquida e gasosa (vapor). A pressão e a temperatura a que uma substância for submetida determinarão a fase na qual ela se apresentará.

Quando uma substância passa de uma fase para a outra, diz-se que ela sofreu uma *mudança de fase* ou uma *mudança de estado*.

A figura 5.6 apresenta, esquematicamente, as diferentes mudanças de fase.

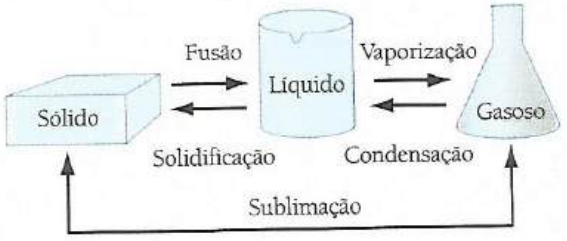


Fig. 5.6 Mudanças de estado

Os fenómenos de fusão e de vaporização de uma substância acontecem sempre devido à absorção de calor pela substância, enquanto os fenómenos de solidificação e de condensação acontecem devido à perda de calor.

De seguida, apresentamos-lhe o gráfico que relaciona a variação de temperatura sofrida por um corpo com a quantidade de calor trocada por ele.



Fig.5.7 Variação da temperatura de um corpo em função da quantidade de calor trocada

- Durante a *fase* 1, a quantidade de calor fornecida é:

$$Q_1 = m \cdot c_s \cdot \Delta T$$

onde:
c_s é o calor específico da substância no estado sólido.

Nesta fase, a temperatura do corpo começa a subir até atingir a temperatura de fusão, T_f, quando se inicia o processo de transformação do sólido em líquido.

- Durante a *fase* 2, a quantidade de calor fornecida serve para mudar o estado de agregação da substância:

$$Q_2 = m \cdot L_{fusão}$$

onde:
m é a massa e $L_{fusão}$ é o calor latente de fusão.

Calor latente de fusão é a quantidade de calor que deve ser fornecida a 1 kg duma substância qualquer para que passe do estado sólido a líquido (ou vice-versa), sem mudança da temperatura, após a substância ter atingido a temperatura de fusão.

- Durante a *fase* 3, com o término da fusão, o fornecimento de calor volta a produzir um aquecimento da substância, agora no estado líquido, com o consequente aumento da temperatura até que a substância atinja o ponto de ebulição. Por isso, a quantidade de calor fornecida na *fase* 3 é:

$$Q_3 = m \cdot c_L \cdot \Delta T$$

onde:
c é o calor específico da substância no estado líquido.

- *Durante a fase* 4, a quantidade de calor fornecida serve para mudar o estado de agregação da substância. Por isso, a temperatura da mistura (líquido e gás) permanece constante até que toda a massa líquida se transforme em vapor:

$$Q_4 = L_{vaporização} \cdot m$$

onde:
$L_{vaporização}$ é o calor latente de vaporização.

Calor latente de vaporização é a quantidade de calor que deve ser fornecida a 1 kg duma substância para que passe do estado líquido a gasoso (ou vice-versa), após a substância ter atingido a temperatura de vaporização.

- Na *fase* 5, a quantidade de calor fornecida serve para um maior aquecimento da substância. A quantidade de calor fornecida durante esta fase é:

$$Q_5 = m \cdot c_g \cdot \Delta T$$

onde:
c – é o calor específico da substância no estado gasoso.

Portanto,

Em A e B, a substância encontra-se à mesma temperatura mas em estados diferentes. Em A encontra-se no estado sólido mas em B está no estado líquido.

Em C e D, a substância encontra-se, também, à mesma temperatura mas em estados diferentes. Em C está no estado líquido mas em D encontra-se no estado gasoso.

Exercício resolvido

Um calorímetro eléctrico contendo 1,5 kg de água é aquecido por uma resistência eléctrica de 1 200 W, e verificou-se que foram necessários 10 minutos para elevar a água de 20 °C a 100 °C.

a) Calcule a capacidade térmica do calorímetro supondo que não há perdas de calor.

b) Calcule a massa de água que se iria evaporar após os 10 minutos se a potência da resistência eléctrica fosse de 2 000 W.

(O calor específico da água é de 4 200 $Jkg^{-1}K^{-1}$; o calor latente de vaporização da água vale $2{,}26 \times 10^6$ $J\,kg^{-1}$).

Resolução:

Para responder a esta questão devemos sempre começar por tirar os dados identificando os corpos que cedem e os que absorvem.

a) A quantidade de calor fornecida pela resistência eléctrica é dada pela expressão: $Q = P \cdot t$, onde P é a potência e t é o tempo, porque a potência é definida pela relação:

$P = \frac{W}{\Delta t}$, onde o trabalho W é igual à quantidade de calor fornecida pela resistência eléctrica ($W = Q$).

Cede		Absorve
Resistência eléctrica	Água fria	Calorímetro
$P = 1\,200$ W $t = 10$ min $= 600$ s	$m = 1{,}5$ kg $c = 4\,200$ J/kg K^{-1} $T_i = 20$ °C $T_f = 100$ °C	$T_i = 20$ °C $T_f = 100$ °C $C = ?$

Q cedido (pela resistência) = Q absorvido (pela água fria e pelo calorímetro)

$P \cdot t = m \cdot c \cdot (T_f - T_i) + C \cdot (T_f - T_i)$

$1\,200 \times 600 = 1{,}5 \times 4\,200 \times (100^o - 20^o) + C \times (100^o - 20^o) = 720\,000 =$

$= 504\,000 + 80\,C$

$C = 2\,700$ J/K

Como vê, a capacidade térmica do calorímetro é de 2 700 J/K.

b) Na resolução desta alínea devemos ter em conta que:

- Como a água ferve e uma parte se evapora, na parte dos corpos que absorvem teremos vapor de água.
- A massa de água fria, M, será igual à massa inicial subtraída pela massa, m, de água que passa para o estado de vapor.
- A capacidade térmica do calorímetro será a calculada na alínea a).

Cede	Absorve		
Resistência eléctrica	Água fria	Calorímetro	Vapor de água
$P = 2\,000$ W $t = 10$ min $= 600$ s	$M = (1{,}5 - m)$ kg $c = 4\,200$ J/kg K $T_i = 20$ °C $T_f = 100$ °C	$T_i = 20$ °C $T_f = 100$ °C $C = 2\,700$ J/K	$L_{Vaporização} = 2\,260\,000$ J/kg $m = ?$

Q cedido (pela resistência) = Q absorvido (pela água fria, pelo calorímetro e pelo vapor)

$$P \cdot t = m \cdot c \cdot (T_f - T_i) + C \cdot (T_f - T_i) + L_{vaporização} \cdot m$$
$$2\,000 \times 600 = (1{,}5 - m) \times 4\,200 \times (100° - 20°) + 2\,700 \times (100° - 20°) + 2\,260\,000 \times m$$
$$m = 0{,}337 \text{ kg}$$

Como vê, a massa de água que se evapora é de cerca de 0,337 kg, o que equivale a 337 g.

Gases

Gás ideal e equação de estado do gás ideal

Como já sabe, os gases têm forma e volume variável. Isto acontece porque a distância entre as partículas que os constituem é muito grande e a força de atracção entre elas (força de coesão) é praticamente nula. Assim, considera-se um gás perfeito ou ideal aquele cujas partículas que o constituem estão muito separadas umas das outras e a força de atracção entre as mesmas é nula.

> Gás ideal é aquele cujas partículas estão muito separadas umas das outras, de tal forma que se despreza a força de atracção entre elas e as colisões destas partículas são completamente elásticas.

Por isso, para que um gás possa ser considerado ideal, ele deve encontrar-se muito acima do seu ponto de ebulição.

As grandezas físicas que caracterizam o estado de um gás são chamadas parâmetros de estado. Os parâmetros de estado são o *volume*, a *temperatura* e *a pressão*. Assim,

> Os parâmetros de estado são as grandezas físicas que caracterizam o estado de um gás.

Os parâmetros de estado estão relacionados entre si numa única equação, a chamada equação de estado do gás perfeito ou ideal.

> A equação de estado de um gás perfeito ou ideal estabelece que a pressão exercida por um gás é directamente proporcional à sua temperatura e inversamente proporcional ao seu volume.

Isto significa que se, por exemplo, aumentarmos a temperatura de um gás a sua pressão também aumenta. Porém, se aumentarmos o volume ocupado por um gás a sua pressão diminui. Assim, a equação de estado de um gás perfeito ou ideal tem a forma:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

onde:
p é a pressão em pascal (Pa), V é o volume em metros cúbicos (m^3), T é a temperatura em kelvin (K), n é a quantidade química (o número de moles do gás em moles – mol) e R é a constante universal dos gases cujo valor é de 8,3 J/mol K.

Isoprocessos

Já sabe que as grandezas que caracterizam o estado de um gás perfeito ou ideal são a pressão, a temperatura e o volume, chamados parâmetros de estado.

Porém, construir um gráfico que permita o estudo das transformações que um gás pode sofrer usando estas três grandezas ao mesmo tempo seria muito difícil. Assim, para o estudo das transformações que um gás sofre usamos apenas dois parâmetros de estado e mantemos o outro constante. Assim, se quisermos estudar a relação entre a pressão e o volume de um gás devemos manter a temperatura constante. Mas se quisermos estudar a relação entre a pressão e a temperatura devemos manter o volume constante. Finalmente, se quisermos estudar a relação entre a pressão e a temperatura devemos manter o volume constante.

Às transformações gasosas que decorrem com um dos parâmetros de estado e o número de moles do gás constante dá-se o nome de isoprocesso.

> Isoprocesso é uma transformação gasosa que decorre com um dos parâmetros de estado constante e o número de moles do gás também constante.

Assim, distinguem-se três isoprocessos.

Processo isotérmico

> O processo isotérmico é um isoprocesso que decorre com a temperatura constante (T = const.).

Isto significa que durante um processo isotérmico estudamos a relação entre a pressão e o volume, ou seja, vamos estudar o que acontece com a pressão se aumentarmos ou diminuirmos o volume do gás. Durante este estudo, a temperatura do gás não pode variar, isto é, a temperatura do gás deve ser a mesma no início, durante o estudo e no fim.

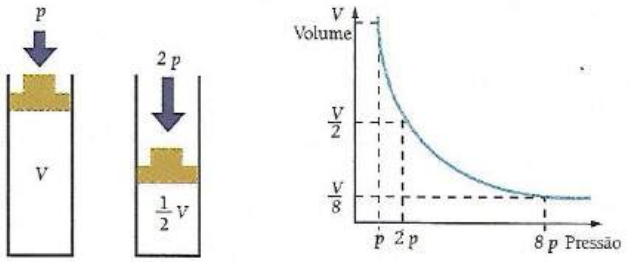
Com base na equação de estado do gás ideal vê-se que se a temperatura é constante, a pressão é inversamente proporcional ao volume. Por isso, podemos concluir que:

- Durante uma transformação isotérmica, a pressão é inversamente proporcional ao seu volume.

Esta conclusão é também conhecida como **lei de Boyle-Mariotte**, pois foi pela primeira vez demonstrada, experimentalmente, pelos cientistas Boyle e Mariotte.

Por isso, podemos escrever:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$



onde:

p_1 e V_1 são a pressão e o volume no estado inicial e p_2 e V_2 são a pressão e o volume no estado final do gás.

O processo isotérmico pode ser representado por diferentes gráficos como o da pressão em função do volume, também chamado diagrama pV, ou da pressão em função da temperatura, diagrama, pT, ou ainda da temperatura em função do volume, diagrama TV (Fig. 5.8 (a), (b) e (c)).

Repare que o gráfico da figura 5.8(a) é um dos ramos de uma hipérbole, porque a pressão e o volume são inversamente proporcionais, enquanto na figura 5.8(b) e (c) os diagramas são linhas rectas porque a temperatura deve manter-se constante e trata-se de um isoprocesso isotérmico.

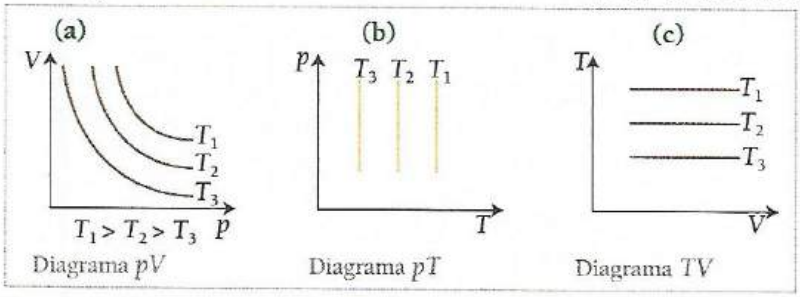


Fig. 5.8 Diagramas dum processo isotérmico

Processo isobárico

O processo isobárico é um isoprocesso que decorre com a pressão constante (p = const.).

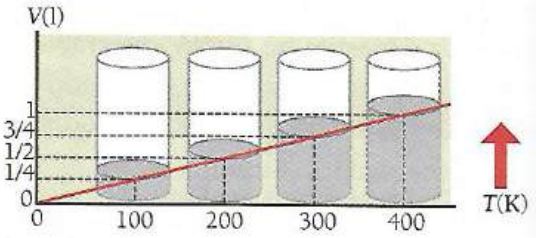
Isto significa que durante um processo isobárico estudamos a relação entre o volume e a temperatura, ou seja, vamos estudar o que acontece com o volume se aumentarmos ou diminuirmos a temperatura do gás. Durante este estudo, a pressão do gás não pode variar, isto é, a pressão do gás deve ser a mesma no início, durante o estudo e no fim.

Com base na equação de estado do gás ideal vê-se que se a pressão é constante, o volume é directamente proporcional à temperatura. Por isso, podemos concluir que:

- Durante uma transformação isobárica, o volume é directamente proporcional à sua temperatura.

Por isso, podemos escrever:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



onde:

V_1 e T_1 são o volume e a temperatura no estado inicial, V_2 e T_2 são o volume e a temperatura no estado final do gás.

Esta conclusão é também conhecida como **1.ª lei de Charles ou de Gay-Lussac.**

O processo isobárico também pode ser representado por diferentes diagramas como os diagramas VT, pV e T. (Fig. 5.9 (a), (b) e (c)).

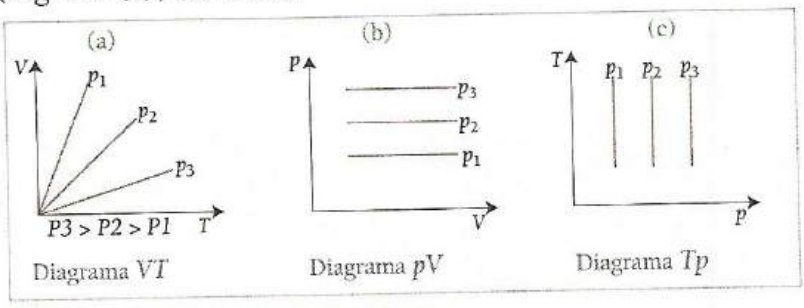


Fig. 5.9 Diagramas dum processo isobárico

Processo isovolumétrico ou isocórico

O processo isovolumétrico ou isocórico é um isoprocesso que decorre com o volume constante (V = const.).

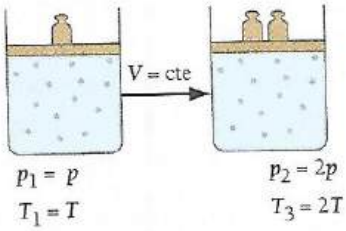
Isto significa que durante um processo isovolumétrico estudamos a relação entre a pressão e a temperatura, ou seja, o que acontece com a pressão se aumentarmos ou diminuirmos a temperatura do gás. Durante este estudo, o volume do gás não pode variar, isto é, o volume ocupado pelo gás deve ser o mesmo no início, durante o estudo e no fim.

Com base na equação de estado do gás ideal vê-se que se o volume é constante, a pressão é directamente proporcional à temperatura. Por isso, podemos concluir que:

- Durante uma transformação isovolumétrica, a pressão é directamente proporcional à sua temperatura.

Por isso, podemos escrever:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



onde:

p_1 e T_1 são a pressão e a temperatura no estado inicial, p_2 e T_2 são a pressão e a temperatura no estado final do gás.

Esta conclusão é também conhecida como **2.ª lei de Charles ou de Gay-Lussac.**

O processo isovolumétrico também pode ser representado por diferentes diagramas como o diagramas pT, pV e Tp (Fig. 5.10 (a), (b) e (c)).

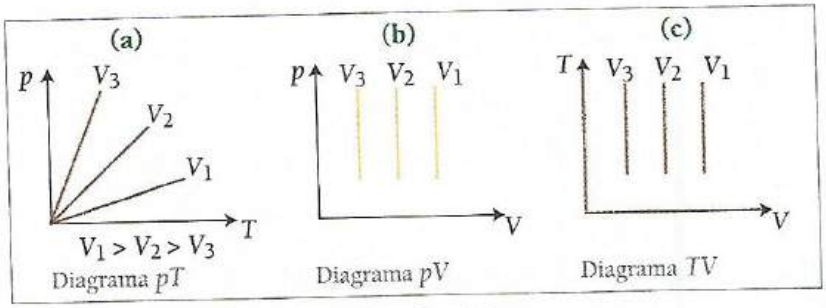


Fig. 5.10 Diagramas dum processo isovolumétrico

Processo adiabático

O processo adiabático não é um isoprocesso, pois durante a transformação adiabática apenas não há troca de calor com o meio circundante, mas a pressão, o volume e a temperatura variam.

O processo adiabático é uma transformação gasosa que decorre sem troca de calor com o meio circundante, ou seja, em que a quantidade de calor permanece constante (Q = const.).

A figura 5.11 mostra o diagrama pV para um processo adiabático. Repare que a linha do processo adiabático corta duas isotérmicas.

Importa ainda referir que os outros diagramas do processo isotérmico são muito complexos, por isso vamos apenas usar o diagrama pV.

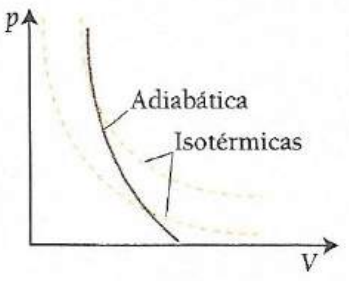


Fig. 5.11 Diagrama pV para um processo adiabático

Termodinâmica

A Termodinâmica é o capítulo da Física que se ocupa dos fenómenos térmicos.

Durante os fenómenos térmicos, a temperatura é a grandeza física mais importante e esta mede o estado de aquecimento ou de arrefecimento de um corpo. Porém, já vimos outros parâmetros de estado que servem para identificar o estado de um determinado gás.

Já vimos que os gases se podem expandir ou contrair através de um aumento ou diminuição da temperatura. Porém, esta expansão ou compressão do gás também pode ser realizada através da acção de uma força externa realizando, por isso, trabalho.

A figura 5.12 mostra um cilindro provido de um pistão. Através de um aquecimento do gás, por exemplo, o pistão pode mover-se da posição 1 para a 2.

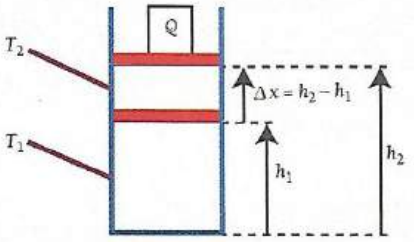


Fig. 5.12 Expansão de uma massa gasosa submetida a uma elevação da temperatura

Como sabe, o trabalho é definido pela relação $W = F \cdot \Delta x \cos \alpha$.

Mas como a força se deve à pressão do gás e $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot A$ e $\Delta x = h_2 - h_1$, então

$W = p \cdot A(h_2 - h_1) \Rightarrow W = p(A \cdot h_2 - A \cdot h_1)$.

Porém, $V = Ah$. Então, $W = p(V_2 - V_1) \Rightarrow$ $W = p \cdot \Delta V$

onde:

W é o trabalho, p é a pressão e ΔV é a variação do volume.

Esta é a expressão que nos dá o **trabalho termodinâmico**.

No diagrama pV, a área subentendida pelo gráfico da pressão em função do volume é igual ao trabalho termodinâmico (Fig. 5.13).

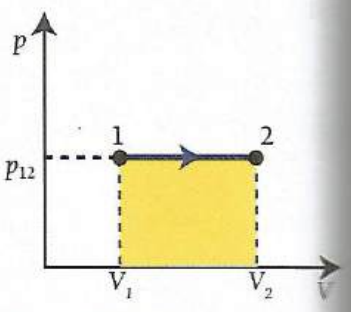


Fig. 5.13 Trabalho termodinâmico como área do gráfico pV

Da equação do trabalho termodinâmico pode-se afirmar que:

- *O trabalho de expansão é positivo pois a variação do volume é positiva. Este trabalho é realizado pelo gás sobre o meio exterior.*
- *O trabalho de compressão é negativo pois a variação do volume é negativa. Este trabalho é realizado pelo meio exterior sobre o gás.*

1.ª lei da termodinâmica e os isoprocessos

1.ª lei da termodinâmica: a quantidade de calor fornecida a um gás provoca a uma parte o aumento da energia interna do gás e a outra parte pode ser usada na realização de trabalho pelo sistema sobre o exterior.

Por isso, esta lei é expressa pela equação:

$$\Delta Q = \Delta U + W$$

onde:

ΔQ é a quantidade de calor fornecida, ΔU é a variação da energia interna e W é o trabalho externo realizado.

Recorde-se que a energia interna é a energia cinética do movimento térmico das moléculas do gás. O seu valor depende da temperatura do gás.

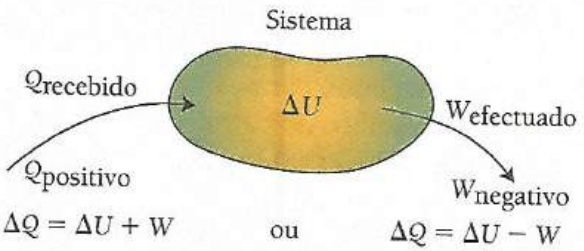


Fig. 5.14 1.ª lei da termodinâmica

- *Para um processo isotérmico, a temperatura é constante. Por isso, a variação da temperatura é nula e, consequentemente, a variação da energia interna também é nula, porque a energia interna depende da temperatura.*

Isto significa que todo o calor fornecido foi usado na realização de trabalho externo do gás sobre o seu meio.

$$T = \text{const.} \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta Q = W$$

- *Para um processo isobárico, a pressão é constante. Por isso, o trabalho realizado pelo gás e a variação da energia interna não são nulos.*

Isto significa que o calor fornecido foi usado no aumento da energia interna do gás.

$$p = const. \Rightarrow W \neq 0, \text{ porque } W = p \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta Q = \Delta U + W$$

- *Para um processo isovolumétrico, o volume é constante. Por isso, a variação do volume é nula. Portanto, o trabalho realizado pelo gás torna-se nulo.*

Isto significa que o calor fornecido foi usado totalmente no aumento da energia interna do gás.

$$V = \text{const.} \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow W = 0, \text{ porque } W = p \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta Q = \Delta U$$

- *Para um processo adiabático, a quantidade de calor é nula. Por isso, a variação da quantidade de calor é nula.*

$$Q = \text{const.} \Rightarrow \Delta Q = 0 \Rightarrow W = \Delta U$$



Exercícios propostos

1. Uma resistência está sujeita a uma *d.d.p.* de 80 V e é atravessada por uma corrente de 2,5 A. Mergulhando esta resistência na água, calcule:

   a) A quantidade de calor fornecida à água em 5 minutos.

   b) A elevação de temperatura sofrida por 2 kg de água, sabendo que esta se encontra dentro dum calorímetro de 0,4 kg de massa e calor específico de 400 J/kg K.

   c) A temperatura final da água e do calorímetro, sabendo que a água se encontrava a uma temperatura de 10 °C.

2. Um bloco de alumínio de 500 g é aquecido por uma resistência que é atravessada por uma corrente de 2 A quando sujeita a uma *d.d.p.* de 4 V. Em 1 minuto o bloco passa de 18 °C para 22 °C. Determine o calor específico do alumínio.

3. 0,4 kg de ferro a 120 °C é lançado em 0,9 kg de água a 18 °C no interior de um calorímetro de 120 J/K de capacidade térmica. Calcule a temperatura final da mistura sabendo que o calor específico do ferro é de 400 J/kg K.

4. Um calorímetro de cobre de 0,12 kg contém 0,16 kg de petróleo a 15 °C. Se 0,05 kg de alumínio a 100 °C for transferido para o interior do líquido, a temperatura final da mistura é de 27 °C. Calcule o calor específico do petróleo dado que os calores específicos do cobre e do alumínio são respectivamente 400 e 1 000 J/kg K.

5. Que massa de ferro a 20 °C causará a evaporação de 5 g de oxigénio líquido a −183 °C quando é introduzida no líquido? (O calor latente de vaporização do oxigénio é de 210 000 J/kg; o calor específico do ferro é de 400 J/kgK; o ponto de ebulição do oxigénio é de −183 °C).

6. 600 g de vapor de água a 150 °C são introduzidos em 800 g de água a 14 °C no interior de um calorímetro cuja capacidade térmica é de 60 J/K. Sabendo que o calor latente de vaporização da água é de $2{,}3 \times 10^6$ J/kg K, determine a temperatura final da mistura.

7. Uma resistência eléctrica de 1000 W é mergulhada em 200 g de água. Calcule a massa de água que se evapora em 10 minutos se:

   a) A água estiver a uma temperatura inicial de 100 °C.

   b) A água estiver à temperatura ambiente.

8. 20 g de gelo a −4 °C são mergulhados em 85 g de água a 40 °C num calorímetro de 0,02 kg e calor específico de 400 J/kg K.

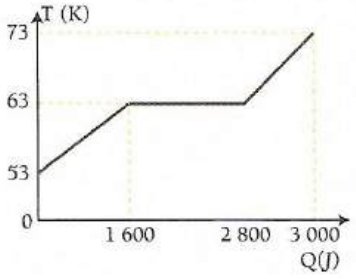
   Calcule a temperatura final da água.

   ($L_{\text{vaporização (gelo)}} = 3{,}4 \times 10^5$ J/kg K; $c_{\text{gelo}} = 2\,000$ J/kg K).

9. Um pedaço de gelo de 200 g, a 0 °C, é colocado em 500 g de temperatura da água. Desprezando a capacidade calorífica do calorímetro, calcule:
   a) A temperatura final da mistura.
   b) A quantidade de gelo que se fundiu.

10. Vapor de água, a 100 °C, passa para um recipiente cuja capacidade térmica é de 80 J/K, e que contém 100 g de gelo a −10 °C.
    Determine a massa de água a ferver que será recolhida no recipiente.

11. O gráfico refere-se a uma experiência na qual 100 g de nitrogénio sólido absorve calor.
    O calor específico do nitrogénio sólido é de 1 600 J/kg K.



   a) Qual é a temperatura de fusão do nitrogénio em °C?
   b) Calcule o calor latente de fusão do nitrogénio.
   c) Determine o calor específico do nitrogénio líquido.

12. A pressão de uma dada massa de um gás a 27 °C é de 75 mmHg. Calcule a pressão a 16 °C, 0 °C e −60 °C, se o volume se mantiver constante.

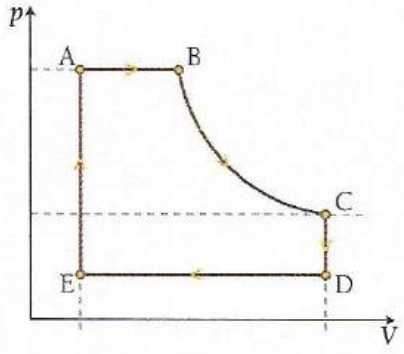
13. Uma massa de um gás ocupa um volume de 30 litros a 18 °C e pressão de 10^5 Pa. Qual é a pressão do gás a 150 °C quando o volume é de 20 litros?

14. a) Se 1 mol de um gás ocupa um volume de 10 litros à pressão de 1 atm, qual é a temperatura do gás?
    b) O recipiente tem um pistão de modo que o volume pode modificar-se. O gás é aquecido à pressão constante e expande-se até um volume de 20 litros. Qual é a temperatura em graus Kelvin? E em graus Celsius?
    c) O volume agora está fixo em 20 litros e o gás é aquecido a volume constante até que a sua temperatura seja de 350 K. Qual é a pressão?
    d) Represente todas as transformações anteriores em três diagramas diferentes.

15. Um vaso tem um pistão e contém 1 mol de um gás, à pressão de 2 atm e à temperatura de 300 K.
   a) Qual é o volume ocupado pelo gás?
   b) O gás expande-se à temperatura constante até à pressão de 1 atm. Qual é o seu novo volume?
   c) O gás é agora comprimido e arrefecido até ao volume inicial à pressão constante. Qual é a sua temperatura?
   d) Represente todas as transformações anteriores em três diagramas diferentes.

16. Um recipiente de 0,20 m^3 contém uma mistura de 2 g de moléculas de hidrogénio e 8 g de átomos de hélio a 300 K.
   a) Calcule a quantidade química (número de moles) de hidrogénio e de hélio.
   b) Qual é a quantidade total de substância?
   c) Qual é a pressão exercida por cada gás em separado no recipiente? E os dois gases?

17. O gráfico representa as variações sofridas por 1 mol de um gás numa máquina térmica idealizada.
   a) Que tipo de transformação sofre o gás de A para B? Justifique.
   b) Represente as transformações sofridas pelo gás num único diagrama pT.



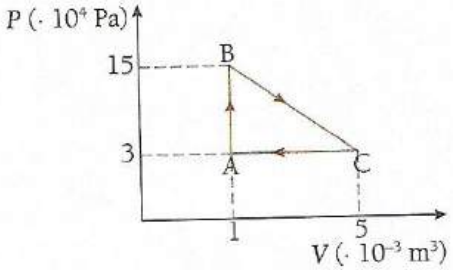
18. Calcule o trabalho realizado por um gás quando se expande de 20 dm^3 para 80 dm^3 à pressão constante de 100 kPa.

19. 0,1 mol de ar ocupa um volume de 2 dm^3 a 27 °C e 10^5 Pa. O gás é aquecido a pressão constante até 87 °C. Calcule:
   a) O novo volume.
   b) O trabalho realizado pelo gás.

20. Uma dada massa de ar expande-se isotermicamente e irreversivelmente de um volume de 100 cm^3, à pressão de 76 cmHg, para um volume de 300 cm^3.
   a) Calcule a nova pressão.
   b) Qual seria a nova pressão do gás se a transformação fosse adiabática ($\rho = 1{,}4$ para o ar).

21. O volume de uma dada massa de um gás é de 100 cm^3 quando a sua temperatura é de 27 °C. O gás sofre uma expansão adiabática até 600 cm^3, calcule a sua temperatura ($\rho = 1{,}4$).

22. Observe o ciclo ABCA, representado no gráfico, durante o qual o gás recebeu 4 000 cal sob a forma de calor. Determine em joule (1 cal = 4,2 J):



a) O trabalho no processo AB.
b) O trabalho nos processos BC e CA.
c) A variação da energia interna durante o ciclo ABCA.

23. Um gás ideal ocupa um volume de $2 \cdot 10^{-3}$ m^3 à temperatura de 300 K e à pressão de 2 atm. Triplicando a temperatura, sem variar a pressão, que trabalho será realizado?

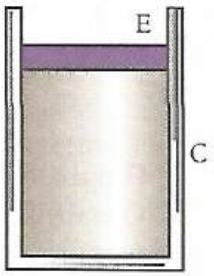
EduSkills MOÇAMBIQUE
BIBLIOTECA EDUSKILLS
Acesse mais conteúdos agora
Encontre Aqui:
Livros Escolares (1ª à 12ª Classe)
Exames Escolares (1ª à 12ª Classe)
Exames de Admissão (Todas Universidades)
Exames Resolvidos
Trabalhos Feitos
www.eduskills.co.mz
CLIQUE AQUI
Qual livro ou exame procuras? | 861003535

Escolha múltipla

1. Sem variar sua massa, um gás ideal sofre uma transformação a volume constante. É correcto afirmar que:

a) A transformação é isotérmica.
b) A transformação é isobárica.
c) O gás não realiza trabalho.
d) Sua pressão diminuirá, se a temperatura do gás aumentar.
e) A variação de temperatura do gás será a mesma em qualquer escala termométrica.

2. A figura representa um gás ideal contido num cilindro C fechado por um êmbolo E de área $S = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2$ e massa m = 1,0 kg. O gás absorve uma determinada quantidade de calor Q e, em consequência, o êmbolo sobe $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ m, livremente e sem vazamento. A pressão atmosférica local é $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa.



2.1. Os trabalhos realizados pelo gás contra a pressão atmosférica e contra a gravidade, para erguer o êmbolo, valem: ($g = 10\ m/s^2$.)

a) 0,5 J e 0,5 J b) 0,5 J e 0 J
c) 0 J e 0,5 J d) 1 J e 0,5 J e) 0,5 J e 1 J

2.2. Qual a quantidade mínima de calor que o gás deve ter absorvido nessa transformação?

a) 0,5 J b) 1 J c) 1,5 J d) 2 J e) 2,5 J

3. Um pistão com êmbolo móvel contém 2 moles de O_2 e recebe 581 J de calor. O gás sofre uma expansão isobárica na qual seu volume aumentou de 1,66 *l*, a uma pressão constante de $10^5 N/m^2$. Considerando que nessas condições o gás se comporta como gás ideal, utilize R = 8,3 J/mol K.

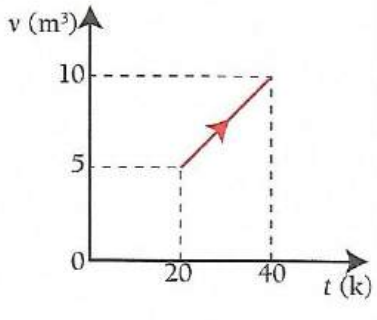
3.1. A variação de energia interna do gás foi de:

a) 744 J b) 415 J c) 0 J d) 166 J e) 16,6 J

3.2. A variação de temperatura do gás.

a) 83 K b) 263 K c) 10 K d) 0 K e) 283 K

4. Numa transformação termodinâmica sofrida por uma amostra de gás ideal, o volume e a temperatura absoluta variam como indica o gráfico a seguir, enquanto a pressão se mantém igual a 20 N/m^2.



Sabendo-se que nessa transformação o gás absorve 250 J de calor, pode-se afirmar que a variação de sua energia interna é de:

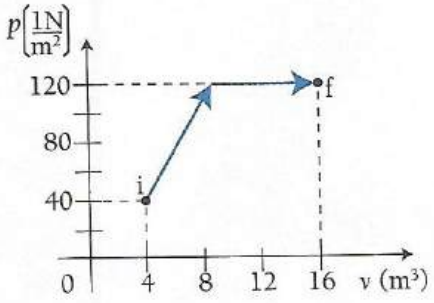
a) 100 J b) 150 J c) 250 J
d) 350 J e) 400 J

5. Um gás, que se comporta como gás ideal, sofre expansão sem alteração de temperatura, quando recebe uma quantidade de calor $Q = 6$ J.

5.1. O valor ΔE da variação da energia interna do gás foi de:
a) 0 J b) 6 J c) 9 J d) 12 J e) 15 J

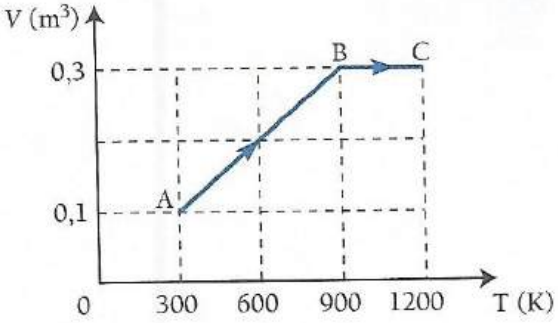
5.2. O trabalho T realizado pelo gás durante esse processo foi de:
a) 0 J b) 6 J c) 9 J d) 12 J e) 15 J

6. Uma amostra de dois moles de um gás ideal sofre uma transformação ao passar de um estado i para um estado f, conforme o gráfico ao lado:



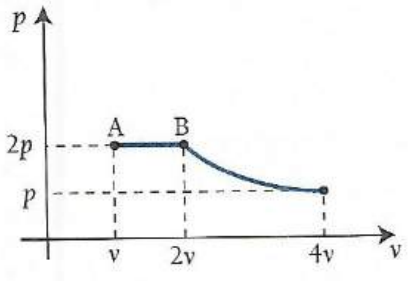
Assinale a(s) proposição(ões) correctas(s).
a) A transformação representada no gráfico ocorre sem que nenhum trabalho seja realizado.
b) Sendo de 100 Joules a variação da energia interna do gás do estado i até f, então o calor que fluiu na transformação foi de 1380 Joules.
c) Certamente o processo ocorreu de forma isotérmica, pois a pressão e o volume variaram, mas o número de moles permaneceu constante.
d) A primeira lei da Termodinâmica nos assegura que o processo ocorreu com fluxo de calor.

7. Um mol de um gás ideal, inicialmente à temperatura de 300 K, é submetido ao processo termodinâmico A → B → C mostrado no diagrama *V versus T*.



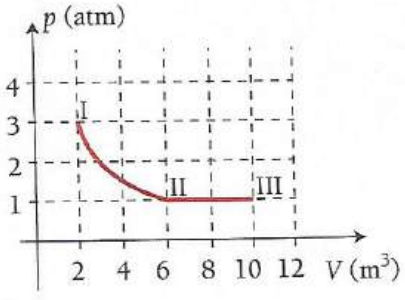
Determine o trabalho realizado pelo gás, em calorias.
Considere R = 2,0 cal/mol K.
a) 1200 cal b) 1300 cal c) 1400 cal
d) 1500 cal e) 1600 cal

8. Os pontos A, B e C do gráfico representam três estados térmicos de uma determinada massa de gás, sendo T_A, T_B e T_C as temperaturas absolutas correspondentes.



Baseado no gráfico e em seus conhecimentos, é correcto afirmar que
a) $T_C = T_B > T_A$. b) $T_C > T_B > TU$.
c) $T_C = T_B = T_A$. d) $T_C < T_B = TU$.
e) $T_C > T_B = T_A$.

9. Uma certa quantidade de gás perfeito evolui de um estado I para um estado II e desse para um estado III, de acordo com o diagrama pressão *versus* volume, representado na figura.



Sabendo-se que a temperatura no estado I é 57 K, no estado III, ela será de:
a) 95 K b) 120 K c) 250 K d) 330 K e) 550 K

Oscilações mecânicas

Na Natureza, assim como na técnica, estamos rodeados de fenómenos que ocorrem repetidamente ao longo do tempo (fenómenos periódicos). Estes fenómenos são originados por movimentos periódicos, oscilatórios ou vibratórios e ondulatórios, sendo os ondulatórios uma consequência da propagação das oscilações ou vibrações através de um dado meio (ar, água, ferro ou qualquer outra substância).

Pela natureza física do processo oscilatório e do mecanismo que as origina, as oscilações classificam-se em:

a) mecânicas (ex.: oscilações de um pêndulo, de uma criança num baloiço, pontes e outras construções, das variações da pressão do ar ao propagar-se, o som, etc.);

b) electromagnéticas (ex.: oscilações da corrente eléctrica alternada num circuito, dos vectores de intensidade do campo eléctrico, E, e do campo magnético, B, num campo electromagnético variável, etc.).

De igual modo, conclui-se que as ondas também se classificam em mecânicas (ex.: ondas sonoras, da água) e electromagnéticas (ex.: ondas de rádio, TV, raios X, etc.).

No entanto, podem, ainda, classificar-se as oscilações que tomam lugar nos microfones e altifalantes por oscilações electromecânicas.

Movimentos periódicos

Diz-se que um corpo está animado de um movimento periódico quando a sua posição, velocidade e aceleração se repetem em intervalos de tempos iguais. Isto é o mesmo que dizer que o movimento retoma as mesmas características em intervalos de tempos iguais. Por exemplo,

- Movimento dos ponteiros de um relógio.
- Movimento da Lua em torno da Terra, ocasionando as fases da Lua.
- Movimento elíptico de translação de um planeta em volta do Sol.

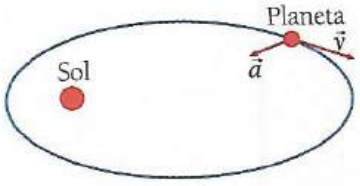


Fig. 6.1 O movimento elíptico da translação de um planeta em relação ao Sol.

A cada volta que o planeta completa a partir da posição indicada na figura 6.1, a sua posição, velocidade, $\vec{v}$, e aceleração, $\vec{a}$, repetem-se identicamente. O intervalo de tempo, Δt, necessário para o planeta dar uma volta completa em torno do Sol chama-se **período** do movimento do planeta. Se num intervalo de tempo Δt o planeta der n voltas em torno do Sol, o seu período será:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

ou seja, o período é o tempo necessário para dar uma volta.

A unidade no SI do período é o segundo (s).

O número de voltas por unidade de tempo que o planeta dá em torno do Sol chama-se frequência f do movimento do planeta. Se o planeta der n voltas durante o intervalo de tempo Δt, a sua frequência será:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Sendo $T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{n}{\Delta t}$, com $f = \frac{n}{\Delta t} \Rightarrow f = \frac{1}{T}$

A última equação mostra que a frequência é igual ao inverso do período.

A unidade no SI da frequência é o hertz (Hz), 1 Hz = 1 s^{-1} (segundo elevado a menos um) como se pode deduzir da equação da definição.

Movimento circular uniforme (MCU)

No movimento circular uniforme, a partícula descreve uma trajectória circular com uma velocidade constante em módulo sob acção de uma força centrípeta $\vec{F}_c$ que provoca a aceleração centrípeta $\vec{a}_c$ (Fig. 6.2). Assim, a aceleração tangencial da partícula é nula, pois o módulo da velocidade é constante. A velocidade angular, ω, da partícula é o ângulo ao centro descrito pelo raio da circunferência no intervalo de tempo.

Donde,

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t}$$

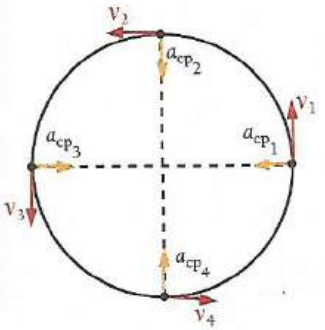


Fig. 6.2 Uma partícula descrevendo um movimento circular uniforme.

onde α é o ângulo descrito durante o seu movimento e Δt o intervalo de tempo gasto para descrever o ângulo α (figura 6.2). Durante um período T, temos $\alpha = 2\pi$ rad, donde resulta que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

A unidade no SI da velocidade angular é radiano por segundo (rad s^{-1}).

A velocidade linear, v, durante um período será:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

onde $2\pi r$ representa o comprimento da circunferência e r o raio da trajectória descrita pela partícula $\left(v = \frac{\text{deslocamento}}{\text{intervalo de tempo}}\right.$ no movimento rectilínio uniforme$\left.\right)$.

Sendo $v = \frac{2\pi r}{T}$ e $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = \omega \cdot r$

A unidade no SI da velocidade linear é metro por segundo (m s^{-1}).

A aceleração centrípeta a que uma partícula, em movimento circular uniforme, fica sujeita é dada pela equação.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad a_c = \omega^2 \cdot r$$

A unidade no SI da aceleração centrípeta é o metro por segundo ao quadrado (ms^{-2}).

Movimento oscilatório ou vibratório

Diz-se que um corpo está animado de um movimento oscilatório ou vibratório quando ele oscila ou vibra em torno de uma posição de equilíbrio, ora num sentido ora noutro e sempre na mesma trajectória.

O sistema que produz oscilações tem o nome de *sistema oscilatório ou vibratório*. Exemplos: o pêndulo gravítico ou matemático, o pêndulo elástico vertical ou horizontal, etc. (Fig. 6.3).

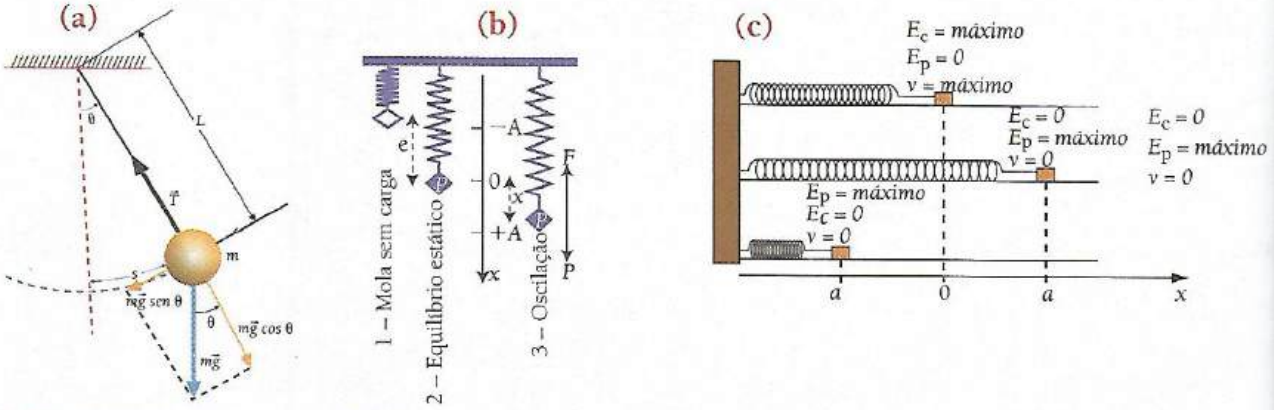


Fig. 6.3 Diferentes movimentos oscilatórios

A maioria dos movimentos oscilatórios, devido às forças dissipativas (como o atrito ou resistência do meio), não se realizam entre duas posições bem definidas. No entanto, no nosso estudo, vamos admitir que este tipo de movimento se realiza entre duas posições fixas, isto é, simétricas relativamente à posição de equilíbrio. Conclusivamente, os movimentos oscilatórios, que estudaremos, serão considerados periódicos, isto é, retomam as mesmas características em intervalos de tempo iguais, havendo, no entanto, variação de grandezas como a elongação, a velocidade, a aceleração, a energia cinética, etc.

As figuras 6.3 (a), (b) e (c) mostram, claramente, que se os corpos oscilantes forem afastados das suas posições de equilíbrio *C*, para, em seguida, serem largados, eles começarão a oscilar livremente em torno dessas posições de equilíbrio e sempre entre os dois pontos extremos *A* e *B*, dando, assim, origem a um movimento vibratório.

A *elongação* dá-nos a distância a que o oscilador (corpo que oscila) se encontra da sua posição de equilíbrio, num dado instante.

A *amplitude* dá-nos apenas a distância máxima a que o oscilador se pode encontrar da sua posição de equilíbrio, ou seja, dá-nos, apenas, o valor absoluto da elongação máxima.

A unidade no SI da elongação linear é o metro (m).

Considera-se que um corpo realiza uma oscilação completa quando o corpo parte, por exemplo, do ponto A, indo até ao B e voltando novamente ao A. Assim, para que o corpo realize

uma oscilação completa, partindo de A, ele deverá ir até ao ponto B e retornar a A. Mas, partindo de C, ele deverá tocar B, passar por C, de retorno a A, e deste voltar a C.

O período (T) de um movimento vibratório é o tempo que um corpo necessita para realizar uma oscilação completa em torno da posição de equilíbrio.

Assim,

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

Movimento harmónico simples (MHS)

De todos os movimentos oscilatórios, o mais importante é o movimento harmónico simples, porque, além de ser o mais simples de se descrever sob o ponto de vista matemático, constitui uma descrição muito precisa de várias oscilações encontradas na Natureza.

Consideremos, novamente, o caso do oscilador descrito na situação da figura 6.3. Quando o oscilador se encontra afastado da sua posição de equilíbrio, ele fica sujeito à acção de uma força cuja intensidade é directamente proporcional à distância do oscilador referente à posição de equilíbrio. A intensidade dessa força e o módulo da aceleração do movimento do oscilador são constantemente proporcionais ao módulo da elongação. Sempre que se estabeleça esta condição, diz-se que o oscilador é um oscilador harmónico simples e o movimento oscilatório de que está animado diz-se movimento harmónico simples (MHS).

Conclusão:

Um oscilador está animado de movimento harmónico simples (MHS) quando a sua aceleração é directamente proporcional à posição do oscilador (elongação) em relação a um ponto fixo (posição de equilíbrio) e aponta sempre na direcção desse ponto.

Equação da elongação em função do tempo

O estudo do MHS fica simplificado quando se estabelece uma analogia com o movimento circular uniforme.

Para o estabelecimento da analogia acima referida, consideremos a experiência representada pela figura 6.4, onde a fonte de luz emite luz de raios paralelos e ilumina uma partícula M partindo da posição M_0 no instante $t = 0$ em movimento circular uniforme de raio r e período T. Ao mesmo tempo, a sua sombra é projectada no ecrã.

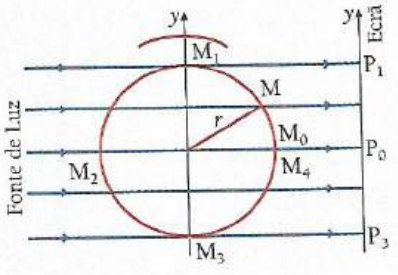


Fig. 6.4 Projecção de uma partícula M em movimento circular uniforme

Da figura 6.4 conclui-se que quando a partícula M se desloca de:

- M_0 até M_1, a sua sombra desloca-se de P_0 até P_1.
- M_1 até M_2, a sua sombra desloca-se de P_1 até P_0.
- M_2 até M_3, a sua sombra desloca-se de P_0 até P_3.
- M_3 até M_4, a sua sombra desloca-se de P_3 até P_0, e assim sucessivamente.

uma oscilação completa, partindo de A, ele deverá ir até ao ponto B e retornar a A. Mas, partindo de C, ele deverá tocar B, passar por C, de retorno a A, e deste voltar a C.

O período (T) de um movimento vibratório é o tempo que um corpo necessita para realizar uma oscilação completa em torno da posição de equilíbrio.

Assim,

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

Movimento harmónico simples (MHS)

De todos os movimentos oscilatórios, o mais importante é o movimento harmónico simples, porque, além de ser o mais simples de se descrever sob o ponto de vista matemático, constitui uma descrição muito precisa de várias oscilações encontradas na Natureza.

Consideremos, novamente, o caso do oscilador descrito na situação da figura 6.3. Quando o oscilador se encontra afastado da sua posição de equilíbrio, ele fica sujeito à acção de uma força cuja intensidade é directamente proporcional à distância do oscilador referente à posição de equilíbrio. A intensidade dessa força e o módulo da aceleração do movimento do oscilador são constantemente proporcionais ao módulo da elongação. Sempre que se estabeleça esta condição, diz-se que o oscilador é um oscilador harmónico simples e o movimento oscilatório de que está animado diz-se movimento harmónico simples (MHS).

Conclusão:

Um oscilador está animado de movimento harmónico simples (MHS) quando a sua aceleração é directamente proporcional à posição do oscilador (elongação) em relação a um ponto fixo (posição de equilíbrio) e aponta sempre na direcção desse ponto.

Equação da elongação em função do tempo

O estudo do MHS fica simplificado quando se estabelece uma analogia com o movimento circular uniforme.

Para o estabelecimento da analogia acima referida, consideremos a experiência representada pela figura 6.4, onde a fonte de luz emite luz de raios paralelos e ilumina uma partícula M partindo da posição M_0 no instante $t = 0$ em movimento circular uniforme de raio r e período T. Ao mesmo tempo, a sua sombra é projectada no ecrã.

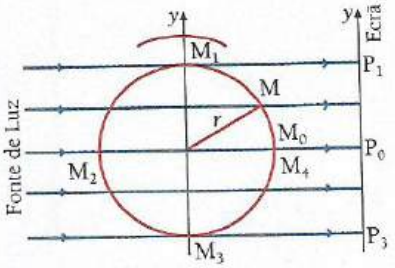


Fig. 6.4 Projecção de uma partícula M em movimento circular uniforme

Da figura 6.4 conclui-se que quando a partícula M se desloca de:

- M_0 até M_1, a sua sombra desloca-se de P_0 até P_1.
- M_1 até M_2, a sua sombra desloca-se de P_1 até P_0.
- M_2 até M_3, a sua sombra desloca-se de P_0 até P_3.
- M_3 até M_4, a sua sombra desloca-se de P_3 até P_0, e assim sucessivamente.

Continuando a analisar o movimento da partícula M e da projecção da sua sombra no ecrã, conclui-se que enquanto M descreve a trajectória circular, a sua sombra executa um movimento vibratório cujas posições extremas são P_1 e P_3.

Da experiência representada pela figura 6.4 pode-se concluir que a projecção do ponto M sobre o eixo y é um ponto P (Fig. 6.5) vibrante com amplitude igual ao raio r da trajectória descrita por M e período T. Por outras palavras, dir-se-ia que o deslocamento de uma partícula que se move com MHS é a componente y de um vector r que gira em torno da posição de equilíbrio. Em relação ao oscilador P da figura 6.5, tome-se para a origem dos tempos o instante $t = 0$, em que o oscilador passa da posição de equilíbrio 0, deslocando-se no sentido tomado como positivo. Após um intervalo de tempo t, o ponto M descreve um arco de ângulo ao centro φ, e o oscilador P encontra-se num ponto de ordenada y em relação à posição de equilíbrio 0. Os pontos indicados sobre o eixo y da figura 6.5 indicam as elongações sofridas pela partícula ao descrever o seu movimento vibratório, ao fim de intervalos de tempo iguais.

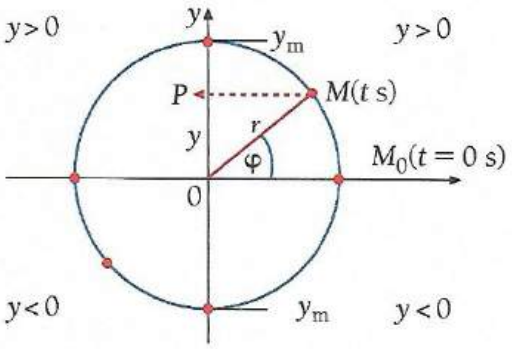


Fig. 6.5 O MHS do ponto P é a projecção do movimento circular uniforme sobre um diâmetro da sua trajectória.

Da figura 6.5, tem-se:

$$\text{sen } \varphi = \frac{y}{r} \Leftrightarrow y = r \cdot \text{sen } \varphi; \text{ mas } r = y_{máx} \text{ e } \varphi = \omega \cdot t$$

$$y(t) = A \text{ sen } (\omega t)$$

onde:

y – é a elongação.

$\varphi = \omega \cdot t$ – fase do MHS no instante t.

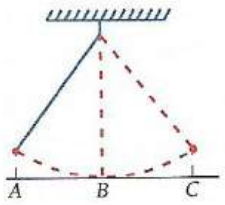
ω – é a pulsação, frequência angular ou cíclica (Nota: No movimento circular uniforme, ω corresponde à velocidade angular).

A – é a amplitude.

A equação obtida descreve a variação da elongação de uma partícula em MHS, em função do tempo $y = f(t)$.

Exercícios resolvidos

1. A figura mostra um pêndulo a executar um MHS. Sabe-se que a distância $\overline{AC}$ é de $\frac{20}{\pi}$ m e que o corpo oscilante gasta 0,25 s de A para C.



1.1 Determine:

a) A amplitude do movimento.
b) O período e a frequência.
c) A pulsação ou frequência cíclica.

1.2 a) Escreva a equação da elongação em função do tempo.
b) Represente graficamente a elongação em função do tempo.
c) Calcule o valor da elongação no instante $t = 2$s.

Resolução:

1.1 a) $A = \frac{\overline{AC}}{2} = \left(\frac{20}{\pi} : 2\right) \Leftrightarrow A = \frac{10}{\pi}$ m

b) $T = 2 \cdot t_{AC} = 2 \cdot 0{,}25 \text{ s} \Leftrightarrow T = 0{,}5 \text{ s}$

$f = \frac{1}{T}$ como $T = 0{,}5$ s então

$f = 2 \text{ s}^{-1} \Leftrightarrow f = 2 \text{ Hz}$

c) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ como $T = 0{,}5$ s então

$\omega = 4\pi \text{ rad s}^{-1}$

1.2 a) $y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t)$ como $A = \frac{10}{\pi}$ m e $\omega = 4\pi \text{ rad s}^{-1}$ então

$y(t) = \frac{10}{\pi} \text{ sen}(4\pi \cdot t)$ SI

b) Para representar o gráfico $y = f(t)$, substitui-se na respectiva equação t por 0; $\frac{T}{4}$; $\frac{T}{2}$; $\frac{3}{4}T$; T; ..., e substitui-se T pelo respectivo valor (0,5 s).

Assim, na equação $y(t) = \frac{10}{\pi} \text{ sen}(4\pi \cdot t)$ tem-se:

Para $t = 0 \Rightarrow y(0) = \frac{10}{\pi} \text{ sen}(4\pi \cdot t) \Rightarrow y(0) = 0$ $\quad (\text{sen } 0 = 0)$

$t = \frac{T}{4}$ vem $t = \frac{1}{8}$ s e teremos

$y\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{10}{\pi} \text{ sen}\left(4\pi \cdot \frac{1}{8}\right) \Leftrightarrow y\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{10}{\pi}$ $\quad \left(\text{sen } \frac{\pi}{2} = 1\right)$

➡

$t = \frac{T}{2}$ vem $t = \frac{1}{4}$ s e teremos

$$y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{10}{\pi}\,\text{sen}\left(4\pi \cdot \frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow y\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \qquad (\text{sen}\,\pi = 0)$$

$t = \frac{3}{4}T$ vem $t = \frac{3}{8}$ s e teremos

$$y\left(\frac{3}{8}\right) = \frac{10}{\pi}\,\text{sen}\left(4\pi \cdot \frac{3}{8}\right) \Leftrightarrow y\left(\frac{3}{8}\right) = -\frac{10}{\pi} \qquad \left(\text{sen}\,\frac{3\pi}{2} = -1\right)$$

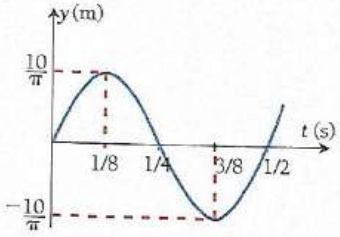
$t = T$ vem $t = \frac{1}{2}$ s e teremos

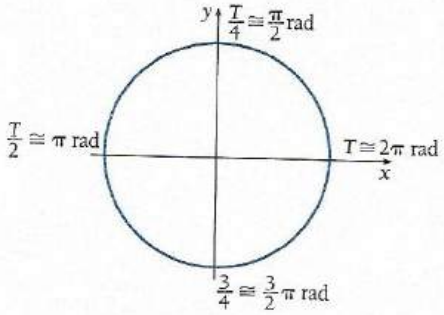
$$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{\pi}\,\text{sen}\left(4\pi \cdot \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \qquad (\text{sen}\,2\pi = 0)$$

Resumindo numa tabela tem-se:

$$T = \frac{1}{2}\text{s} = 0{,}5\text{ s}$$

t (s)	0	$\frac{T}{4} = \frac{1}{8}$	$\frac{T}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}T = \frac{3}{8}$	$T = \frac{1}{2}$
y (m)	0	$\frac{10}{\pi}$	0	$-\frac{10}{\pi}$	0





Círculo trigonométrico

Nota: Os valores 0; $\frac{T}{4}$; $\frac{T}{2}$; $\frac{T}{4}$ T; ..., etc., foram escolhidos porque eles coincidem com os ângulos 0; $\frac{\pi}{2}$; π; $\frac{3}{2}\pi$; 2π radianos; ..., etc., no círculo trigonométrico.

c) $y(t) = \frac{10}{\pi}$ sen $(4\pi \cdot t)$; Para $t = 2$ s, teremos

$y(2) = -\frac{10}{\pi}$ sen $(4\pi \cdot 2) \Leftrightarrow y(2) = \frac{10}{\pi}$ sen $(8\pi) \Leftrightarrow y(2) = 0$ $\quad$ (sen $8\pi = 0$)

Equação da velocidade em função do tempo

Na figura 6.6, o módulo da velocidade tangencial $\vec{v}_t$ da partícula M mantém-se sempre constante em cada ponto da sua trajectória (movimento circular uniforme). Para o MHS, a velocidade do ponto P, em cada instante, é dada pela projecção sobre o eixo y do vector velocidade $\vec{v}_t$ do ponto M.

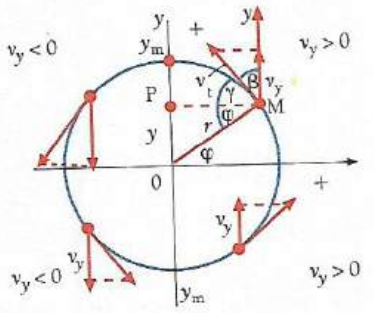


Fig. 6.6 A velocidade do ponto P, em MHS, é dada em cada instante pela projecção sobre o eixo y do vector velocidade $\vec{v}_t$ do ponto M.

Demonstremos, na figura 6.6, que o ângulo φ é igual ao ângulo β.

$\varphi + \gamma = 90°$; $\beta + \gamma = 90°$

$\varphi + \gamma = \beta + \gamma \Leftrightarrow \varphi = \beta$

Assim, $\cos \beta = \frac{v_y}{v_t} \Rightarrow v_y = v_t \cdot \cos \beta$; sendo $\varphi = \beta$, então, tem-se:

$v_y = v_t \cdot \cos \varphi$; $\varphi = \omega \cdot t$ e $v_t = \omega \cdot r$

$v_y = \omega \cdot r \cdot \cos \omega t$; $r = A$ (amplitude); $v_y = v(t)$

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

onde:

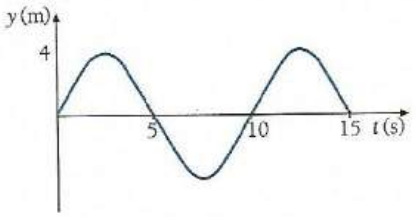
v – é a velocidade da partícula no instante t

ωA – é a velocidade máxima quando $\cos(\omega \cdot t) = 1$

A equação descreve a variação da velocidade da partícula em MHS em função do tempo.

Exercícios resolvidos

1. O gráfico mostra as elongações, em função do tempo, de uma partícula em MHS.



1.1 Determine:

a) A amplitude.
b) O período e a frequência.
c) A pulsação ou frequência cíclica.

1.2 Escreva:

a) A equação da elongação em função do tempo.
b) A equação da velocidade em função do tempo e represente-a graficamente.
c) Mostre que o valor da velocidade no instante $t = 5$ s é $v = -\frac{5}{4}\pi$ m s^{-1}.

Resolução:

1.1 a) $A = 4$ m (Gráfico)

b) $T = 10$ s (Gráfico); $f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow f = 0{,}1$ Hz

c) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ como $T = 10$ s teremos:

$\omega = \frac{2\pi}{10}$ rad s^{-1} $\Leftrightarrow$ $\omega = \frac{\pi}{5}$ rad · s^{-1}

1.2 a) $y(t) = A \text{ sen } (\omega t) \Leftrightarrow y(t) = 4 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{5} \cdot t\right)$

b) $v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ como $A = 4$ m e $\omega = \frac{\pi}{5}$ rad · s^{-1}, teremos:

$v(t) = \frac{4}{5}\pi \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)$.

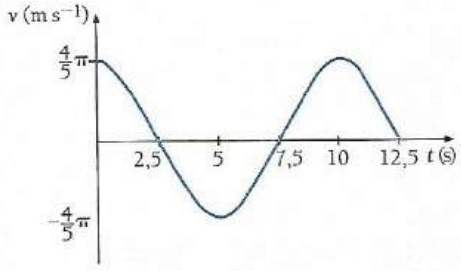
Para representar o gráfico $v = f(t)$ procede-se do mesmo modo que o gráfico $y = f(t)$.

Assim, na equação $v(t) = \frac{4}{5}\pi \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)$; o t toma os valores de 0; $\frac{T}{4}$; $\frac{T}{2}$; $\frac{3}{4}T$; T; ...

Substituindo T pelo seu respectivo valor ($T = 10$ s) obtém-se a seguinte tabela:

t (s)	0	$\frac{T}{4} = \frac{10}{4} = 2{,}5$	$\frac{T}{2} = \frac{10}{2} = 5$	$\frac{3}{4}T = \frac{30}{4} = 7{,}5$	$T = 10$	$\frac{5}{4}T = \frac{50}{4} = 12{,}5$
v (m s $^{-1}$)	$\frac{4\pi}{5}$	0	$-\frac{4\pi}{5}$	0	$\frac{4\pi}{4\pi}$	0

Gráfico



c) $v(t) = \frac{4}{5}\pi \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot t\right)$ como $t = 5$ s teremos

$$v(5) = \frac{4}{5}\pi \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot 5\right) \Leftrightarrow v(5) = \frac{4}{5}\pi \cos \pi; (\cos \pi = -1)$$

$$v(5) = -\frac{4}{5}\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Equação da aceleração em função do tempo

A aceleração instantânea do ponto P, em MHS, pode ser dada a partir da aceleração centrípeta de M, em movimento circular uniforme.

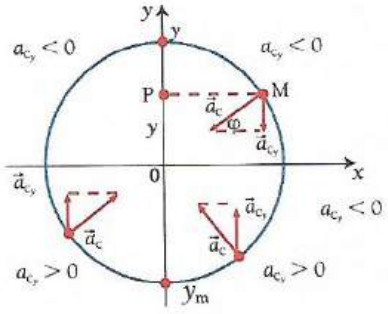


Fig. 6.7 A aceleração instantânea do ponto P, em MHS, pode ser obtida a partir da aceleração centrípeta em MHS.

$\text{sen}\ \varphi = \frac{a_{c_y}}{a_c} \Leftrightarrow a_c = a_c \cdot \text{sen}\ \varphi$ mas $a_c = \omega^2 r$ onde $a_c = \frac{v^2}{r}$, $v = \omega \cdot r$ e $\varphi = \omega t$

então $a_{c_y} = \omega^2 r \cdot \text{sen}\ (\omega t)$ mas $r = A$ e $a_c = a$

$$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}\ (\omega t)$$

onde:

a é a aceleração no instante t.

$A\ \omega^2$ é a aceleração máxima quando sen $(\omega t) = 1$.

A é a amplitude.

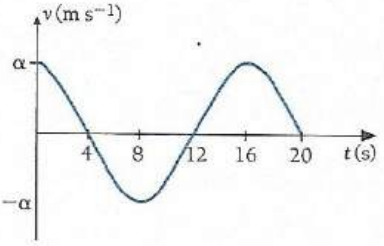
A equação traduz a variação da aceleração da partícula em função do tempo.

O sinal negativo deve-se ao facto de a aceleração ter sempre sentido contrário ao da elongação. Assim, onde a elongação é positiva, a aceleração é negativa, e vice-versa (Fig. 6.7).

Exercício resolvido

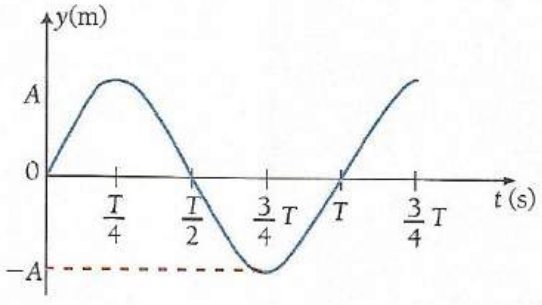
O gráfico mostra a variação da velocidade de uma partícula em MHS.

a) Determine o período da pulsação.
b) Escreva a equação e a velocidade em função do tempo.
c) Escreva a equação da aceleração em função do tempo e represente-a graficamente.



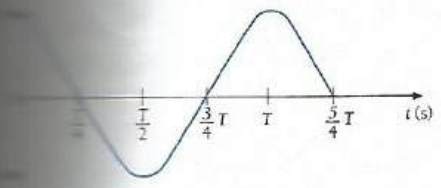
Resolução:

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3}{4}T$	T
$y(t) = A \cdot \text{sen}\ (\omega t)$	0	A	0	$-A$	0
$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos\ (\omega t)$	$A\omega$	0	$-A\omega$	0	$A\omega$
$a(t) = A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}\ (\omega t)$	0	$-A\omega^2$	0	$A\omega^2$	0

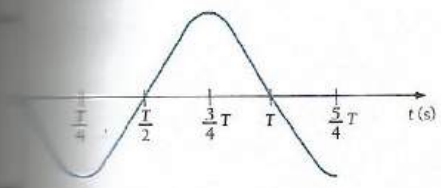


Comparando as três representações gráficas concluímos que:

- A elongação y em função do tempo é representada por uma sinusóide em que o valor máximo é a amplitude A.



- Quando o oscilador atinge as posições extremas ($y = A$), a sua velocidade anula-se e o módulo da aceleração é máximo ($a = A\,\omega^2$).



- Quando a partícula passa pela posição de equilíbrio, o módulo da velocidade é máximo e o da aceleração é nulo.

Formulário

- Elongação: $y(t) = A \cdot \text{sen}\,(\omega t)$
- Velocidade: $v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos\,(\omega t)$
- Aceleração: $a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}\,(\omega t)$
- Pulsação: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$
- Período: $T = \dfrac{t}{n}$
- Frequência: $f = \dfrac{n}{t}$

onde:

A – é a amplitude em função do tempo.

t – é o tempo necessário para uma oscilação completa $T = \dfrac{t}{n}$

n – é o número de oscilações reduzidas na unidade de tempo (t).

Unidades no SI

Símbolo da grandeza física	Nome e símbolo da unidade
y; A	Metro (m)
t; T	Segundo (s)
v	Metro por segundo ($m\,s^{-1}$)
ω	Radiano por segundo ($rad\,s^{-1}$)
a	Metro por segundo ao quadrado ($m\,s^{-2}$)
f	Hertz (Hz); $1\ Hz = 1\ s^{-1}$

Força no MHS

Admitindo agora que a partícula tem massa, m, o Princípio Fundamental da Dinâmica, ou seja, a 2.ª lei de Newton, estabelece que a força resultante, $\vec{F}$, que actua numa partícula de massa, m, é dada pela expressão:

Sendo

$$F = m \cdot a$$

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \text{sen}\,(\omega t)$$

$$F(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot m \cdot \text{sen}\,(\omega t) \Leftrightarrow F(t) = -m\omega^2 \cdot \underbrace{A \,\text{sen}\,(\omega t)}_{y}$$

$$F(y) = -m \cdot \omega^2 \cdot y$$

$F(t)$ é designada *força harmónica (ou restauradora)* porque é ela que causa o MHS.

A designação de força restauradora está relacionada com o facto de ser esta força que garante o prosseguimento das oscilações, pois sempre que o oscilador passa pela posição de equilíbrio, a força age no sentido de retardá-lo e depois trazê-lo de volta a partir das posições extremas.

Discussão da equação $F(y) = -m \cdot \omega^2 \cdot y$

1. Quando $y = 0$ (oscilador na posição de equilíbrio) $\Rightarrow F = 0$
2. Quando $y = A$ (oscilador nas posições extremas) $\Rightarrow F = F_{máx}$
3. Como m e ω são grandezas constantes num dado MHS, então, conclui-se que a força restauradora $\vec{F}$ é directamente proporcional à elongação y, tendo F e y sinais contrários (Fig. 6.9).

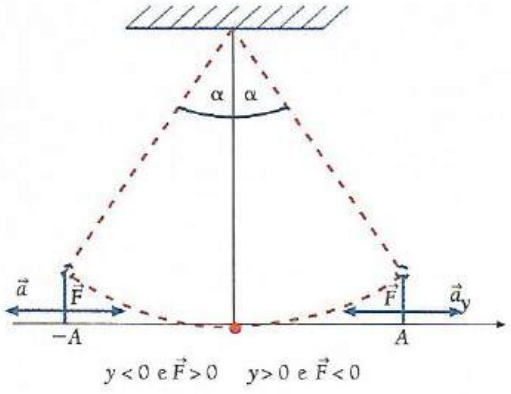


Fig. 6.8 A força actua sempre no sentido do restabelecimento do equilíbrio e está sempre dirigida para a posição de equilíbrio.

Característica fundamental de um MHS

A proporcionalidade entre a força resultante que actua numa partícula de massa m em movimento oscilatório e a elongação, relativamente à posição de equilíbrio, constitui a característica fundamental do MHS.

Assim,

- Uma partícula de massa m terá um MHS sempre que se verificar a relação:

$$F(y) = -m \cdot \omega^2 \cdot y$$

Período do MHS de um corpo ligado a uma mola

Quando o corpo de massa m é suspenso numa mola, o sistema (corpo + mola) fica em repouso na posição de equilíbrio – Fig. 6.9 (a).

Designando por ℓ a *deformação da mola*, tem-se, pela lei de Hooke, que a força com a qual a mola resiste à deformação (força restauradora) na posição de equilíbrio é dada pela equação:

$$F_1 = -k \cdot \ell$$

onde: k é a constante elástica da mola.

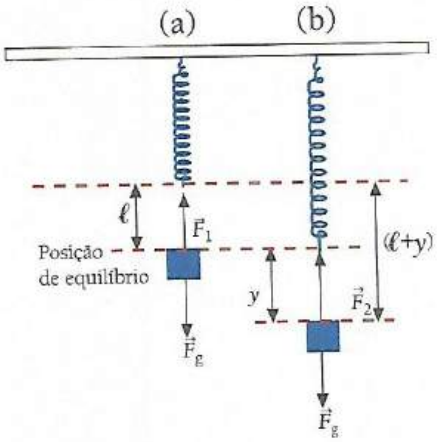


Fig. 6.9 Período do oscilador harmónico

Uma vez que na posição (a) o sistema está em equilíbrio, tem-se:

$$F_R = F_1 - P = 0, \text{ pois } \vec{F}_1 = -\vec{P}$$
$$P = -F_1 \Rightarrow m \cdot g = -k \cdot \ell$$

Esticando a mola – figura 6.9 (b) – o sistema fica sujeito a uma força resultante:

$$F_R = F_2 - P \neq 0$$
$$F_R = F_2 - m \cdot g; \qquad F_2 = -k \cdot (\ell + y) \quad \text{(Lei de Hooke)}$$
$$F_R = -k \cdot \ell - k \cdot y - m \cdot g; \quad -k \cdot \ell = m \cdot g \ (2.^{\text{a}} \text{ lei de Newton})$$
$$F_R = -k \cdot y; \qquad F_R = m \cdot a$$
$$m \cdot a = -k \cdot y; \quad a = -\omega^2 \cdot y$$

$$-m \cdot \omega^2 \cdot y = -k \cdot y; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{(2\pi)^2}{T^2} = \frac{k}{m} \Leftrightarrow \frac{T^2}{(2\pi)^2} = \frac{m}{k} \Leftrightarrow T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{k}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

onde:

T é o período do MHS de um corpo ligado a uma molas.
m é a massa do corpo oscilante, em kg.
k é a constante elástica da mola, em N/m.

- Da equação, conclui-se que o período da oscilação depende, apenas, da massa do corpo vibrante e da constante elástica da mola, sob a condição de que a massa da mola deve ser menor em comparação com a massa do corpo vibrante e que as oscilações se realizem sem atrito e com pequena amplitude.
- Representando, graficamente, a situação dada pela equação: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, vem:

Para k = constante, $T \sim \sqrt{m}$ (Fig. 6.10 (a)).

O gráfico da figura 6.10 (a) mostra que o período das oscilações aumenta quando a massa do corpo vibrante também aumenta (m e t são grandezas directamente proporcionais).

Para m = constante, $T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$ (Fig. 6.10b).

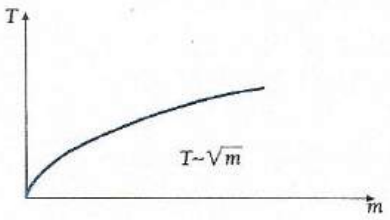


Fig. 6.10 (a) Dependência do período da massa

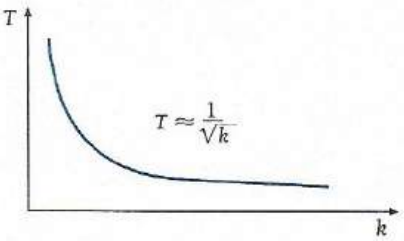


Fig. 6.10 (b) Dependência do período da constante elástica da mola

O gráfico da figura 6.10 (b) mostra que o período das oscilações diminui quando a constante elástica da mola aumenta (k e T são grandezas inversamente proporcionais).

Pêndulo simples (pêndulo gravítico)

Um pêndulo simples é um sistema formado por uma partícula de massa, m, suspensa por um fio de comprimento, ℓ, inextensível, e de massa desprezável, (Fig. 6.11).

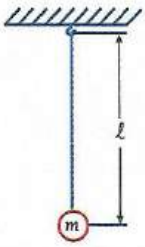


Fig. 6.11 Pêndulo simples na sua posição de equilíbrio

Período do pêndulo simples

Quando a partícula da Fig. 6.11 é afastada, lateralmente, até à posição A e, em seguida, abandonada, o pêndulo oscila entre a posição A e a posição simétrica B.

As forças que agem sobre a partícula são o *peso* $\vec{P}$ e a *tensão* do fio. O movimento do pêndulo será harmónico simples se a amplitude angular α for muito pequena ($\alpha < 5°$). Na Fig. 6.12 pode observar-se que a força restau-radora, $\vec{P}_x$, é a componente do peso, $\vec{P}$, tangente à trajectória.

$P_x = -P \cdot \text{sen}\,\alpha$; mas $P = m \cdot g$ então será:

$$P_x = -m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha$$

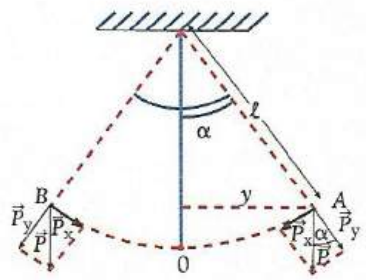


Fig. 6. 12 Movimento harmónico de um pêndulo gravítico

De acordo com a equação obtida, concluímos que o movimento do pêndulo não é harmónico simples, uma vez que a força restauradora P_x não é proporcional à elongação (y), mas sim ao sen α. No entanto, para ângulos muito pequenos (valores de α inferiores a 30 °) podemos, sem grande erro, considerar que a amplitude α em radianos é, aproximadamente, igual ao sen α ($\alpha \approx \text{sen } \alpha$), o que pode ser comprovado na tabela que se segue:

α (°)	α (rad)	sen α
0	0	0
2	0,0349	0,0349
4	0,0698	0,0697
6	0,1047	0,1045
8	0,1396	0,1391
10	0,1745	0,1736

Para estes valores de ângulo, a trajectória é, praticamente, rectilínea e, assim, temos:

$$\text{sen } \alpha = \alpha = \frac{y}{\ell}\text{; substituindo, tem-se}$$

$$P_x = -m \cdot g \cdot \frac{y}{\ell} \text{ mas } \frac{m \cdot g}{\ell} = k \text{ (constante)}, P_x = F$$

$$F = -k \cdot y$$

Esta última expressão mostra que a força restauradora é proporcional à elongação, podendo-se afirmar que o movimento pendular, para ângulos muito pequenos, é praticamente harmónico simples.

$$P_x = F = -m \cdot g \cdot \frac{y}{\ell} \text{ mas } F = m \cdot a \quad (2.^a \text{ lei de Newton})$$

$$\text{logo} \quad m \cdot a = -m \cdot g \cdot \frac{y}{\ell}\text{; como } a = -\omega^2 \cdot y \text{ teremos}$$

$$-\omega^2 y = -g \frac{y}{\ell} \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T}\text{, substituindo vem:}$$

$$\frac{(2\pi)^2}{T^2} = \frac{g}{\ell} \Leftrightarrow \frac{T^2}{(2\pi)^2} = \frac{\ell}{g} \Leftrightarrow T^2 = (2\pi)^2 \cdot \frac{\ell}{g}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

onde:

T – é o período do pêndulo simples, em segundos (s).
ℓ – é o comprimento do pêndulo, em metros (m).
g – é a aceleração da gravidade, em m/s^2.

Da equação obtida, conclui-se que o período da oscilação do pêndulo simples:

- Não depende da massa do pêndulo, mas sim, apenas, do seu comprimento e da aceleração da gravidade, sob a condição de que a oscilação deve realizar-se sem atrito e com pequena amplitude.
- É proporcional à raiz quadrada do seu comprimento.
- É inversamente proporcional à raiz quadrada da intensidade do campo gravitacional.

Energia de um oscilador em MHS

Numa oscilação mecânica há uma contínua transformação de energia potencial em energia cinética e vice-versa.

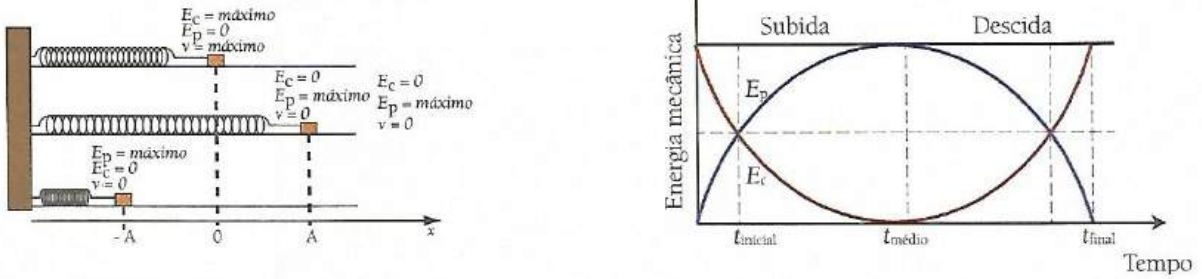


Fig. 6.13 Energia de um oscilador harmónico

- Na posição 0 o oscilador ocupa a posição de equilíbrio estável.
- Para que o oscilador abandone a sua posição de equilíbrio, é necessário aplicar sobre ele uma força externa (1.ª lei de Newton).
- A força aplicada realizará trabalho sobre o corpo, transmitindo-lhe assim uma certa quantidade de energia, passando, assim, o corpo a ocupar a posição B, onde nele actua uma força interna F (força restauradora).
- Esta energia determina as condições necessárias ao aparecimento de oscilações no corpo, sem que sobre ele actuem forças externas de variação periódica. Por esta razão, estas oscilações denominam-se livres e à respectiva frequência, frequência própria.
- Deixando, então, que o corpo se movimente livremente, a força restauradora F realiza trabalho, o qual mede a energia de vibração que foi transferida do meio exterior para o oscilador, quando este foi posto em vibração. Assim, o corpo oscila entre as posições extremas B e C, com as transformações sucessivas de energia potencial elástica em cinética e vice-versa.
- Em B e C a energia potencial elástica é máxima mas a energia cinética é nula, porque a velocidade é nula.
- Em 0, a energia cinética é máxima e a energia potencial elástica é nula, porque a mola não está deformada.

Formulário

- Pêndulo elástico

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

onde:

T – é o período do movimento.

m – é a massa do corpo oscilante.

k – é a constante elástica da mola.

Para k = constante $\Rightarrow T \sim \sqrt{m}$

Para m = constante $\Rightarrow T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$

- Pêndulo simples

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

onde:

ℓ – é o comprimento do pêndulo.

g – é a aceleração da gravidade.

Para g = constante $\Rightarrow T \sim \sqrt{\ell}$

Para ℓ = constante $\Rightarrow T \sim \frac{1}{\sqrt{g}}$

- Numa oscilação mecânica há transformações sucessivas de energia potencial em cinética e vice-versa.

Unidades no SI

Símbolo da grandeza física	Nome da unidade	Símbolo da unidade
m	quilograma	kg
F	newton	N
k	newton por metro	N/m ou N m^{-1} ℓ
metro		m
g	metro por segundo ao quadrado	m s^{-2}

- 1 N = 1 kg · m · s^{-2}

Movimentos oscilatórios amortecidos

Os movimentos harmónicos descritos constituem um modelo ideal de oscilações. Neste modelo, não há dissipação de energia. A energia mecânica permanece constante ($E_m = E_p + E_c$ = = constante) e, consequentemente, a amplitude das oscilações também permanece constante.

Entretanto, sabemos pela experiência que em qualquer movimento real há dissipação de energia mecânica em virtude da presença de forças dissipativas, o atrito, em especial. Uma mola, ou um pêndulo, vibra com uma amplitude que, gradualmente, decresce com o tempo e, eventualmente, pára, ou seja, as oscilações em torno da posição de equilíbrio são cada vez menores até que o oscilador acaba por parar: o *movimento é amortecido.*

Estes movimentos designam-se *movimentos oscilatórios amortecidos.*

O amortecimento a que nos referimos deve-se a atritos a que nenhum movimento mecânico real escapa. Por isso, uma parte da energia mecânica dos osciladores é convertida, gradualmente, em energia térmica.

$$E_{\text{mecânica}} = E_p + E_c + E_{\text{térmica}}$$

Consequentemente, depois de esgotada a energia mecânica, as oscilações cessam totalmente.

Conclusão:

As oscilações amortecidas não são periódicas. São, portanto, oscilações cuja amplitude diminui gradualmente com o tempo (Fig. 6.14).

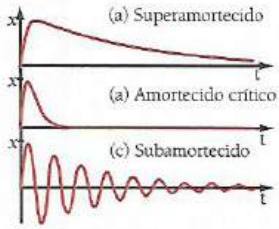


Fig. 6.14 Variação da elongação de um corpo ou movimento oscilatório amortecido, em função do tempo.

Aplicações das oscilações amortecidas e os seus efeitos

A sua aplicação é vasta. Há dispositivos em que é necessário amortecer, criticamente, as oscilações de modo a obter-se um efeito positivo:

- Nos instrumentos de medições eléctricas é necessário, por vezes, intensificar o amortecimento das oscilações do ponteiro de modo que este vá rapidamente até à posição correcta sem oscilar, o que se consegue à custa das forças electromagnéticas.
- Nos automóveis usam-se amortecedores especiais para amortecer as oscilações da carroçaria nas estradas de mau piso.
- Nos aviões usam-se amortecedores nas asas traseiras. As asas são constituídas por uma parte móvel que provoca as mudanças de direcção do avião e outra parte fixa que tem a função de amortecer e evitar uma oscilação do avião em torno dos seus eixos de rotação.

As oscilações amortecidas não só produzem efeitos positivos, mas também negativos. Por exemplo, os relógios de pulso e de pêndulo, devido ao amortecimento, poderiam parar ao fim de um determinado intervalo de tempo.

A fim de evitar amortecimentos, os relógios de pulso têm uma mola que fornece energia à roda de balanço e os relógios de pêndulo têm pesos suspensos que fornecem energia ao pêndulo. À medida que o peso desce, a energia potencial gravitacional transforma-se em energia cinética, num mecanismo que vai comunicando ligeiros impulsos ao pêndulo.

Movimentos oscilatórios forçados

As *oscilações próprias* são as que se processam fornecendo, apenas uma única vez, a energia ao oscilador (ex.: oscilações harmónicas). A frequência f_0 com que oscilam tem o nome de *frequência própria.*

É já sabido que, para qualquer movimento real, a amplitude e a energia das oscilações diminuem com o tempo como resultado da conversão gradual de uma parte da energia mecânica em energia térmica. Essa conversão é provocada por atritos a que todos os movimentos mecânicos reais estão sujeitos.

Para manter um oscilador em vibração é necessário fornecer-lhe, periodicamente, energia suplementar para que se compense a energia mecânica que foi convertida em energia térmica. Esta energia supletiva é obtida à custa do trabalho realizado por uma força externa em relação ao oscilador.

Quando se fornece esta energia supletiva, o oscilador diz-se *forçado.*

Às oscilações que se processam fornecendo-se, periodicamente, energia supletiva ao oscilador, dá-se o nome de *oscilações forçadas.* À frequência f_E com que se fornece energia supletiva dá-se o nome de *frequência excitadora.*

A mola de um relógio de pulso ou os pesos suspensos dos relógios de pêndulo constituem dois exemplos de sistemas fornecedores de energia.

Ressonância

Para que as oscilações forçadas se realizem com o máximo de rendimento possível e, consequentemente, se obtenha uma oscilação de grande amplitude é necessário que se forneça, periodicamente, ao oscilador, a menor quantidade de energia possível. Experimentalmente, demonstra-se que, para se conseguir tal efeito, a frequência de excitação f_E do excitador deve ser praticamente igual à frequência própria ou natural f_0 do oscilador ($f_E \approx f_0$). Quando isto acontece, diz-se, portanto, que há *ressonância* e que o *oscilador é o ressoador.*

Em resumo, diremos que a ressonância é uma oscilação, especialmente forte, que ocorre durante uma oscilação forçada, quando a *frequência própria ou natural do oscilador* é igual à *frequência de excitação* ($f_0 = f_E$), havendo uma absorção máxima de energia por parte do oscilador.

A característica mais importante da ressonância é o alcance de um máximo na amplitude das oscilações do corpo cujo valor corresponde à chamada *frequência de ressonância* do sistema, f, que é igual à frequência própria.

A ressonância depende muito do atrito do sistema. O trabalho positivo realizado pela força externa consome-se, no caso da ressonância, para compensar as perdas de energia causadas pelo trabalho negativo da força de resistência do meio. Um exemplo vulgar do fenómeno de ressonância é o do baloiço.

Efeitos da ressonância e a sua aplicação

O fenómeno da ressonância é extremamente importante tanto ao nível da Natureza como ao nível da técnica. Ele pode ser usado com fins benéficos como:

- Elevar o rendimento energético de um relógio. Num relógio, a acção periódica da corda sobre o pêndulo deve ter a frequência para a qual se verifique a ressonância.
- Amplificar a energia de vibração de uma guitarra. No caso de uma guitarra, a respectiva caixa de ar (caixa de ressonância) é posta a vibrar com a corda, aumentando a amplitude das vibrações sonoras que ela emite. Isto torna o som mais intenso.
- Aumentar a amplitude do som emitido por um sino devido à forma do sino.
- Avaliar a frequência de uma corrente alternada e obter uma amplitude maior, utilizando um frequencímetro.

O fenómeno da ressonância não só produz efeitos positivos, mas também negativos.

- À passagem de uma coluna militar sobre uma ponte, a marcha deve ser descompassada para evitar que a frequência da marcha se iguale à frequência própria da oscilação da ponte, o que poderia causar a destruição da ponte (catástrofe de ressonância).

Este fenómeno explica-se admitindo que se a marcha não fosse descompassada, a coluna militar introduziria, periodicamente, energia à ponte sob a acção de forças externas. Se a periodicidade desta energia coincidir com a frequência própria da oscilação da ponte, então as amplitudes atingem valores altos.

Em resumo, a catástrofe da ressonância dá-se quando a energia introduzida pela força externa for maior que a energia perdida pelo amortecimento no sistema de vibração.

- Durante o dia, podemos ver que as mulheres transportam água numa lata em cima da cabeça. Esta água na lata representa um sistema vibratório, pois um pequeno impulso faz com que a água comece a vibrar na lata. A mulher, andando a pé, representa um outro sistema vibratório. A frequência dos passos, o levantamento e o abaixamento do corpo introduzem uma força ao sistema de vibração na lata. Quando a frequência dos passos da mulher é a mesma que a frequência própria da água, a amplitude da água vibrante aumenta e a água sai da lata. Há duas práticas ou atitudes que as mulheres adoptam para evitar que a água transborde da lata:

  a) Mudam a frequência dos seus passos.

  b) Introduzem algumas folhas duma planta na superfície da água e, assim, mudam a frequência própria do sistema de vibração da água.

- A caixa de um aparelho de rádio, a certas frequências sonoras, vibra com maior intensidade.

- Durante o funcionamento dos motores actuam, frequentemente, forças periódicas originadas pelo movimento de alguns elementos constituintes do motor (os êmbolos) ou pela centragem deficiente das peças de rotação. Se a frequência destas forças coincidir com a frequência das oscilações próprias, dá-se a ressonância. As oscilações podem tornar-se tão intensas que chegam a destruir as máquinas. Em aviação, a ressonância pode, inclusivamente, conduzir à destruição de um avião durante o voo.

Variação da amplitude das oscilações forçadas com a frequência da energia

No gráfico da figura 6.15 pode ler-se que a amplitude A das oscilações depende da frequência do excitador.

Quanto mais próxima a frequência do excitador estiver da frequência própria, maior é a amplitude.

Quando há uma concordância entre a frequência do excitador e a frequência própria do oscilador, a amplitude é máxima, e o excitador e o oscilador encontram-se em ressonância.

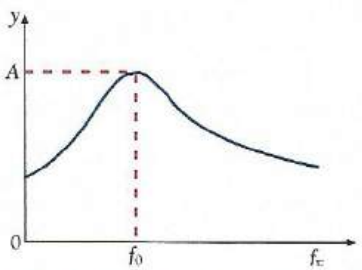


Fig. 6.15 Variação da amplitude de um oscilador em função da frequência do excitador.

Variação da amplitude das oscilações forçadas com a frequência da energia excitadora, para diferentes valores do coeficiente de atrito

As curvas 1, 2 e 3 da figura 6.16 correspondem, respectivamente, a valores de atrito cada vez maiores.

Do gráfico, conclui-se que o valor da amplitude-limite das oscilações forçadas, no caso da ressonância, é tanto maior quanto menor for o atrito.

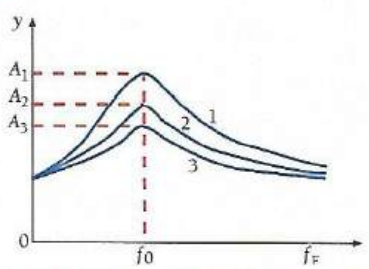
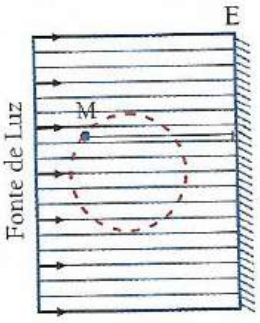


Fig. 6.16 Variação da amplitude das oscilações forçadas com amortecimento.

1. O ponto material M realiza um movimento circular uniforme ao longo de uma trajectória de raio $r = 4$ cm, com uma frequência de 4 Hz. Ao mesmo tempo, a sua sombra é projectada no ecrã E.



a) Que tipo de movimento executa a sombra de M no ecrã?
b) Determine a frequência cíclica ou angular do movimento da sombra.
c) Qual é a amplitude do movimento?
d) Escreva a equação da elongação em função do tempo para este movimento e faça a sua representação gráfica.

2. Um ponto material realiza um MHS, de acordo com a equação:

$$v(t) = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

a) Qual é o valor da velocidade máxima?
b) Calcule a amplitude.
c) Determine as funções $y(t)$ e $a(t)$ do movimento.
d) Represente o gráfico $v(t)$.

3. Um ponto material animado de movimento circular uniforme efectua 90 rotações por minuto. O espaço linear percorrido em 8,0 segundos é 4,80 m.

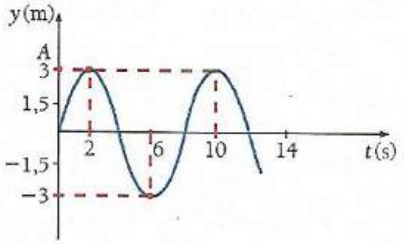
a) Determine a frequência.
b) Calcule a velocidade angular e linear.
c) Calcule o raio da trajectória.
d) Escreva a equação da elongação em função do tempo e represente-a graficamente.
e) Calcule a elongação ao fim de 18 segundos.

4. Um ponto material realiza um MHS de acordo com a equação:

$$y(t) = 0{,}2 \text{ sen } (\pi t)$$

a) Determine amplitude e a pulsação ou frequência cíclica.
b) Determine período e a frequência linear.
c) Calcule a velocidade e a aceleração máxima.
d) Escreva as equações da velocidade e da aceleração em função do tempo.
e) Qual é a velocidade e a aceleração da partícula no instante 6 segundos?

5. As elongações de um ponto material em MHS são dadas pelo gráfico.



Determine para este movimento:

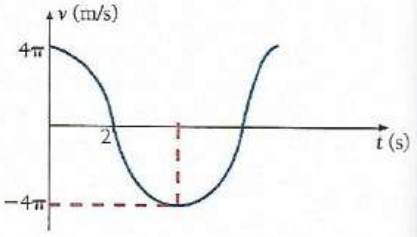
a) A amplitude e o período.

b) A pulsação ou frequência angular.

c) A equação da elongação em função do tempo.

d) A elongação da partícula no instante $t = 8$ s.

6. Dado o gráfico:

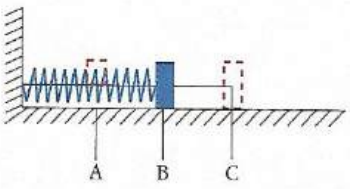


a) Determine o período e a frequência cíclica.

b) Escreva a equação da elongação em função do tempo.

c) Qual é o valor da velocidade e da aceleração no instante inicial ($t = 0$)?

7. O bloco oscila entre A e C. O tempo de se deslocar de A para C é de 0,25 s. A distância entre B e C é de $\frac{2}{\pi}$ cm.

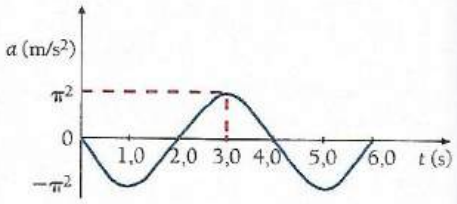


a) Escreva a equação da elongação em função do tempo.

b) Escreva as equações $v(t)$ e $a(t)$ e represente-as graficamente.

c) Determine a velocidade e a aceleração máxima.

8. Um ponto material tem um movimento harmónico simples cujas acelerações, em função do tempo, são dadas pelo gráfico.



Determine:

8.1 a) A amplitude. b) O período.
c) A frequência. d) A frequência angular.

8.2 Escreva as equações $y(t)$; $v(t)$; $a(t)$.

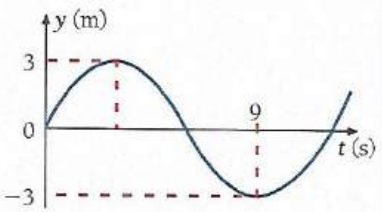
8.3 Calcule a velocidade e a aceleração no instante inicial.

8.4 Considere o gráfico das elongações, em função do tempo, de um corpo em MHS.

Em unidades do Sistema Internacional, a função $y\ (t)$ é:

A. $y(t) = 3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ B. $y\ (t) = -3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

C. $y(t) = 3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ D. $y\ (t) = -3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}t\right)$



9. Considere a seguinte equação do movimento dum ponto material:

$$a(t) = -0{,}5\,\pi^2 \text{ sen } (\pi t)$$

Determine:

a) A frequência.

b) A frequência angular.

c) O período.

d) A amplitude.

10. Um pêndulo simples de 0,4 m de comprimento é colocado num local onde a aceleração da gravidade é 10 m s^{-2}.

a) Qual é o período e a frequência do movimento?

b) Qual seria o período desse pêndulo se ele fosse posto a oscilar na Lua, onde a aceleração da gravidade é 6 vezes menor?

11. Um pêndulo realiza 120 oscilações completas por minuto.

a) Qual é o seu período?

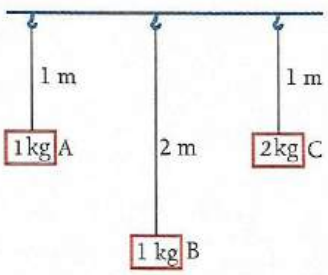
b) Calcule o seu comprimento.

12. Um estudante montou um pêndulo elástico usando um corpo de 100 gramas o qual produziu 50 oscilações verticais em 25 segundos.

a) Determine o período do movimento.

b) Calcule a constante elástica da mola.

13. Considere três pêndulos, A, B e C conforme indica a figura deste exercício e seleccione a afirmação correcta, quando os três pêndulos são submetidos a um MHS .



A. Os três pêndulos possuem a mesma frequência.

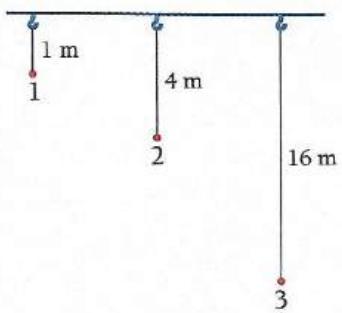
B. A frequência do pêndulo B é maior que as dos pêndulos A e C.

C. Os pêndulos B e C possuem a mesma frequência.

D. Os pêndulos A e C possuem a mesma frequência.

E. A frequência do pêndulo C é maior que as frequências dos pêndulos A e B.

14. Observe a figura.



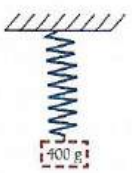
a) Qual dos pêndulos tem o maior período e qual tem o menor? Justifique.

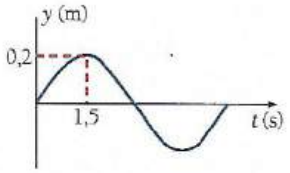
b) Calcule o valor dos períodos referidos na alínea anterior.

c) Se $T_2 = 2$ s, qual é o valor de T_1 e de T_3?

d) Diminuindo ℓ em 9 vezes, o que acontece a T? Porquê?

15. O gráfico mostra como varia a elongação de um corpo de massa 400 g suspenso por uma mola, conforme indica a figura deste exercício.

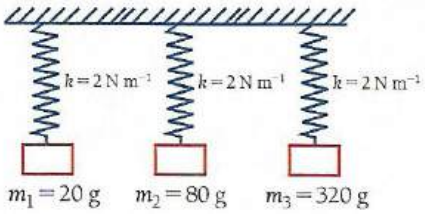




a) Calcule a constante elástica da mola.

b) Escreva a equação $v(t)$ e represente-a graficamente.

16. Nas condições da figura, determine:



a) T_1; T_2; T_3

b) $\frac{T_2}{T_1}$ e $\frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}}$. A que conclusão chega? Porquê?

c) $\frac{T_1}{T_3}$ e $\frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_3}}$. Que conclusão tira? Porquê?

d) Indique a relação de proporcionalidade entre T e m, e entre T e k.

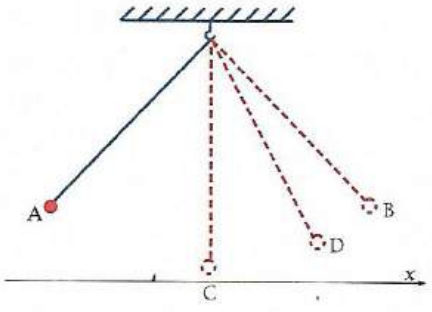
e) Aumentando m 4 vezes, o que acontecerá a T? Justifique.

f) Aumentando m 8 vezes e k 2 vezes, o que acontece a T? Justifique.

g) Que se deve fazer a k, para que T diminua 7 vezes? Justifique.

h) Aumentando duas vezes k, que acontece a T? Porquê?

17. A figura representa um pêndulo oscilando de A para B, passando por C e D. Posto isto, diga qual é a alternativa correcta.



17.1 A energia cinética é nula no ponto:

(a) A (b) B (c) C (d) D

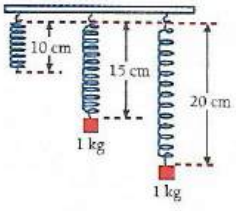
17.2 A energia cinética é máxima no ponto:

(a) A (b) B (c) C (d) D

17.3 A energia potencial é mínima no ponto:

(a) A (b) B (c) C (d) D

18. Observe a sequência de figuras que se referem a um pêndulo elástico vertical.



Calcule, considerando $g = 10\ m\ s^{-2}$:

a) O período do movimento.

b) A velocidade máxima.

c) A amplitude das oscilações.

d) A aceleração máxima.

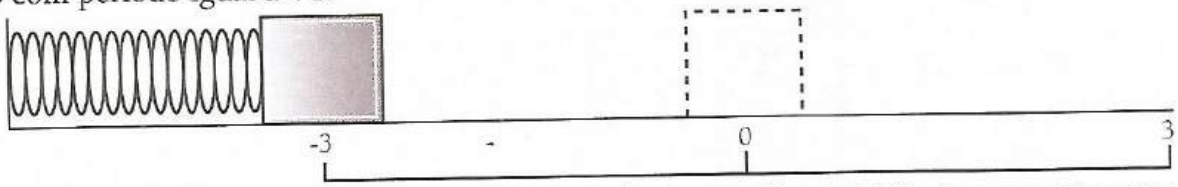
19. a) O que são oscilações amortecidas? A que se deve o amortecimento?

b) Descreva duas aplicações práticas das oscilações amortecidas.

c) Explique, através de exemplos, os efeitos negativos de uma oscilação amortecida.

Escolha múltipla

1. Um bloco é comprimido da sua posição de equilíbrio para outra posição e posteriormente é solto. Considere o sistema bloco-mola livre de forças dissipativas e que o bloco entra em MHS com período igual a 4 s.



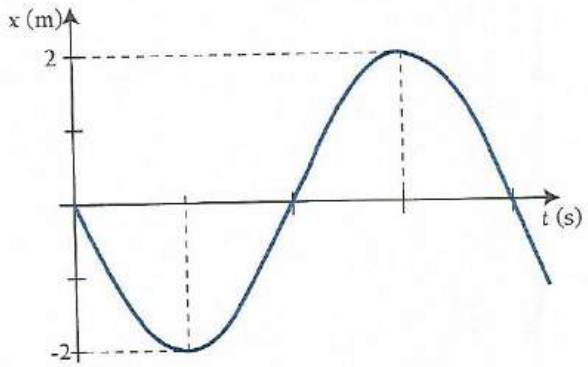
Em unidades SI, a frequência do movimento, a pulsação e a fase inicial, são respectivamente iguais a:

a) 1/4 ; $\pi/2$ e π b) 1/4 ; π e $\pi/2$ c) 1/5 ; 2π e $\pi/2$
d) 1/2 ; $\pi/2$ e π e) 1/4 ; $\pi/2$ e $\pi/2$

2. Um móvel executa um movimento harmónico simples segundo a seguinte equação: $x = 4\cos(\pi \cdot t + \pi)$ – S.I. A amplitude do movimento, a pulsação, a fase inicial, o período e a frequência do movimento, valem:

a) 4m ; $\pi/2$ rad/s ; π rad ; 1 s ; 1 Hz b) 4m ; π rad/s ; π rad ; 1/2 s ; 2 Hz
c) 4m ; π rad/s ; π rad ; 2 s ; 1/2 Hz d) 2m ; $\pi/2$ rad/s ; π rad 1 s; 1/2 Hz
e) 4m ; π rad/s ; π rad ; 4 s; 1/2 Hz

3. O gráfico mostra a posição, em função do tempo, de uma partícula em MHS no intervalo de tempo entre 0 e 4 segundos. A equação da posição em função do tempo para esse movimento é dada por $x(t) = A\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$. A partir do gráfico, encontre os valores representados pelas letras A, e o.



a) 1 m ; $\pi/2$ rad/s ; $\pi/2$ rad b) 2 m ; $\pi/2$ rad/s ; $\pi/2$ rad
c) 2 m ; π rad/s ; $\pi/2$ rad d) 1 m ; $\pi/2$ rad/s ; π rad
e) 1 m ; 2π rad/s ; $\pi/2$

4. Qual é a posição de um oscilador harmónico «massa-mola», no instante $t = 10$ s, sabendo que a amplitude do movimento é de 2 mm, a sua pulsação é de 2π, e que oscila sem defasagem.

a) 5 mm b) 4 mm c) 3 mm d) 2 mm e) 1 mm

5. Um oscilador harmônico tem sua elongação descrita, em unidades SI, pela equação: $x(t) = 0{,}5 \cdot cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right)$ A velocidade do movimento nos instantes $t = 1s$, $t = 4s$ e $t = 6s$?

a) $\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$ m/s ; 0 m/s ; $\frac{\pi}{8}$ m/s

b) $\frac{-\pi\sqrt{2}}{16}$ m/s ; π m/s ; $\frac{\pi}{8}$ m/s

c) $\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$ m/s ; 0 m/s ; $-\frac{\pi}{8}$ m/s

d) $-\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$ m/s ; $\pi/2$ m/s ; $-\frac{\pi}{8}$ m/s

e) $\frac{-\pi\sqrt{2}}{16}$ m/s ; $\frac{\pi}{8}$ m/s ; 0 m/s

6. Qual é o módulo da força exercida num oscilador massa-mola de amplitude 0,3 m, com massa 0,5 kg, tendo um período de 3 segundos, no momento em que sua elongação é máxima?

a) 0,25 N b) 0,45 N c) 0,65 N d) 0,75 N e) −0,65 N

7. Qual deve ser a constante elástica de uma mola para que, quando colocada num oscilador massa-mola horizontal, considerando a força máxima admissível igual a 100 N, suporte o movimento de uma massa de 2 kg com uma amplitude de 1m?

a) 500 N/m b) 400 N/m c) 300 N/m d) 200 N/m e) 100 N/m

8. Um corpo de 2 kg realiza um MHS, preso a uma mola de constante elástica $k = 50$ N/m, sujeito apenas à acção da força eléstica da mola. Ele oscila horizontalmente entre as posições −20m e 20m. A amplitude, o período a velocidade máxima e a energia mecânica do sistema «massa-mola» são, respectivamente iguais a:

a) 20 m ; $2\pi/5$ s ; 100 m/s e 10 000 J

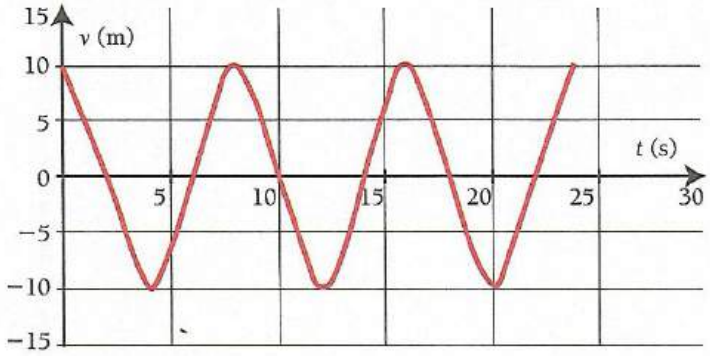
b) 10 m ; $5\pi/2$ s ; 10 m/s e 1 000 J

c) 20 m ; $2\pi/5$ s ; 10 m/s e 100 J

d) 40 m ; $2\pi/5$ s ; 100 m/s e 10 000 J

e) 20 m ; $2\pi/5$ s ; 10 m/s e 100 J

9. Um corpo de massa 2 kg, realiza um MHS preso a uma mola segundo o gráfico da função horária $y(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, como mostra o gráfico.



A amplitude, o período e a fase inicial são iguais a:

a) 5 m ; 10 s ; 0 rad

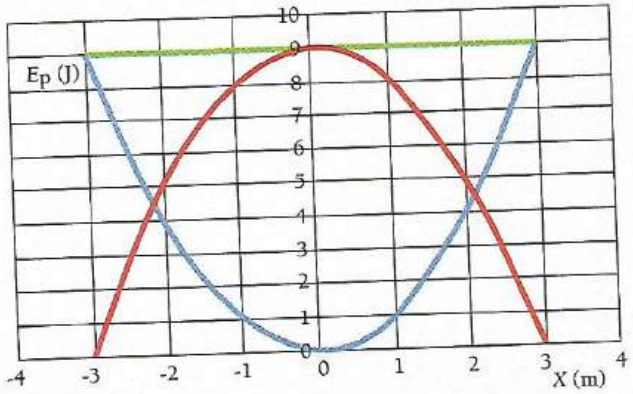
b) 10 m ; 10 s ; 0 rad

c) 10 m ; 8 s ; 0 rad

d) 10 m; 2,5 s ; $\pi/2$ rad

e) 5 m ; 8 s ; 0 rad

10. O gráfico abaixo representa o movimento harmónico simples de uma partícula que oscila presa a uma mola de constante elástica k, sendo esta força conservativa e admitindo que não há outra força actuando. Sobre a partícula são feitas as seguintes afirmações:



I) A sua energia mecânica é 18 J.
II) A energia total é 9 J.
III) Em $x = -2$ m a potencial é 7 J.
IV) A energia cinética em $x = 1$ m é 8 J.
Está(ão) correcta(s):

a) I
b) I e II
c) II e IV
d) II e IV
e) todas

11. A energia total de um móvel de 4,0 kg que realiza movimento harmónico simples, preso a uma mola de constante elástica $k = 100$ N/m é 5 000 J. Calcule a amplitude, a frequência e o período desse movimento.

a) A = 10 m, $f = 5/2\pi$ Hz e $T = 2\pi/5$ s
b) A = 1,0 m, $f = 5/2\pi$ Hz e $T = 5\pi/2$ s
c) A = 10 m, $f = 2/5\pi$ Hz e $T = 2\pi/5$ s
d) A = 5 m, $f = 1/2\pi$ Hz e $T = \pi/2$ s
e) A = 10 m, $f = 5\pi/2$ Hz e $T = 2/5$ s

12. Uma partícula realiza um movimento no plano (xy) e os componentes deste movimento nos eixos x e y são respectivamente $x(t) = 4\cos(3t)$ e $y = 2\cos t$, com as unidades no S.I. A sua velocidade em $t = \pi/2$ segundos é:

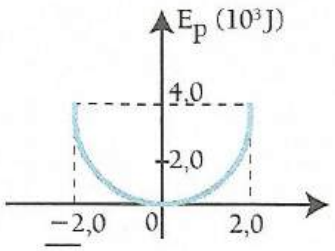
a) $\sqrt{37}$ m/s
b) $2\sqrt{37}$ m/s
c) $3\sqrt{37}$ m/s
d) $4\sqrt{37}$ m/s
e) $5\sqrt{37}$ m/s

13. Considere dois osciladores, um pêndulo simples e um sistema massa-mola, que na superfície da Terra têm períodos iguais. Se levados para um planeta onde a gravidade na superfície é 1/4 da gravidade da superfície da Terra, podemos dizer que a razão entre o período do pêndulo e o período do sistema massa-mola, medidos na superfície do tal planeta, é:

a) 1/4
b) 1/2
c) 1
d) 2
e) 4

14. Para dobrar a frequência de oscilação de um pêndulo simples é suficiente:
a) Transportá-lo para um planeta de aceleração da gravidade duas vezes maior.
b) Transportá-lo para um planeta de aceleração da gravidade quatro vezes.
c) Dobrar o comprimento do fio.
d) Reduzir à quarta parte o comprimento do fio.
e) Dobrar a massa pendular.

15. Uma partícula oscila ligada a uma mola leve executando movimento harmónico simples de amplitude 2,0 m. O diagrama seguinte representa a variação da energia potencial elástica (E_p) acumulada na mola em função da elongação da partícula (x).



Pode-se afirmar que a energia cinética da partícula no ponto de elongação $x = 1{,}0$ m, vale:
a) $3{,}0 \cdot 10^3$ J
b) $2{,}0 \cdot 10^3$ J
c) $1{,}5 \cdot 10^3$ J
d) $1{,}0 \cdot 10^3$ J
e) $5{,}0 \cdot 10^2$ J

16. Dois pêndulos simples, de massas m_1 e m_2 e comprimentos L_1 e L_2, são simultaneamente abandonados e postos a oscilar. Constata-se que a cada quatro ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente tendo o segundo pêndulo executado três oscilações. Assinale para cada afirmativa seguinte «V» para verdadeira e «F» para falsa:
a) A relação entre as massas dos pêndulos é: $m_1 = 3 \cdot m_2/4$.
b) A relação entre os períodos dos dois pêndulos é: $T_1 = 3 \cdot T_2/4$;
c) A relação entre os comprimentos dos dois pêndulos é: $L_2 = 16 \cdot L_1/9$;
d) A relação entre as frequências de oscilação dos dois pêndulos é: $f_1 = 3 \cdot f_2/4$;
e) A relação entre as amplitudes de oscilação dos dois pêndulos é: $A_1 = 16 \cdot A_2/9$;

17. Um corpo de massa $m_1 = 10$ g está em movimento harmónico simples, suspenso por uma mola de constante elástica k_1. Sua frequência é $f_1 = 0{,}10$ Hz e a aceleração da gravidade no local vale 10 m/s². Na superfície de outro planeta, onde g = 20 m/s², outra partícula de massa $m_2 = 5{,}0$ g, suspensa a outra mola de constante elástica $k_2 = 2k_1$, apresenta freqüência de oscilação f_2. Assinale para cada afirmativa seguinte «V» para verdadeira e «F» para falsa:
a) A constante elástica da primeira mola é: $k_1 = 4{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot \pi^2$ N/m.
b) A constante elástica da segunda mola é: $k_2 = 8{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot \pi$ N/m.
c) A freqüência de oscilação da segunda mola é: $f_2 = 0{,}4$ Hz.
d) O período de oscilação da primeira mola é: $T_1 = 1{,}0$ s.
e) O período de oscilação da segunda mola é: $T_2 = 5{,}0$ s.

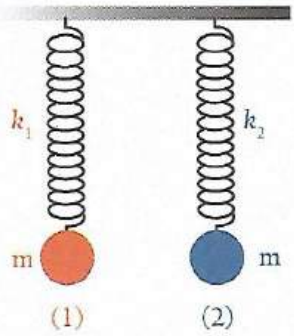


18. Assinale para cada afirmativa seguinte «V» para verdadeira e «F» para falsa:
   a) Um sistema massa-mola oscila com frequência natural «f». Se trocarmos a mola por outra, com constante elástica quatro vezes maior, então, sua frequência de oscilação passará a ser «$f/2$».
   b) Um sistema massa-mola oscila com frequência natural «f». Se trocarmos o corpo preso à mola por outro, com massa quatro vezes maior, então, sua frequência de oscilação passará a ser «$2 \cdot f$».
   c) Um sistema massa-mola oscila com frequência natural «f». Se levarmos o sistema para um local em que a aceleração da gravidade seja quatro vezes maior, sua frequência de oscilação permanecerá com valor «f».
   d) Um corpo de massa $m = 0{,}050$ kg é preso à extremidade de uma mola de constante elástica $k = 20$ N/m. Este sistema oscilará com frequência de aproximadamente, 3,0 Hz.
   e) Um oscilador do tipo massa-mola oscila com energia mecânica 2,0 joules. A constante elástica da mola é 1,0 N/m. Assim, o período de oscilação do sistema será de 2,0 segundos.

19. Uma partícula associada a um sistema executa um movimento harmónico simples. A energia potencial do sistema é máxima nos pontos em que a:
   a) Elongação é nula.
   b) A força resultante aplicada à partícula é máxima.
   c) A aceleração é igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$ da aceleração máxima.
   d) A velocidade é igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$ da velocidade máxima.

20. Assinale para cada afirmativa seguinte «V» para verdadeira e «F» para falsa:
   a) A frequência de oscilação de um pêndulo simples de 25 cm de comprimento e sujeito a uma ação gravitacional de 10 m/s² é de aproximadamente, 1,0 Hz.
   b) Num dia muito quente, um relógio de pêndulo deve adiantar.
   c) Um relojoeiro novato, pretendendo atrasar um relógio de pêndulo, aumentou a massa presa a sua extremidade.
   d) Num local em que a aceleração da gravidade vale 9,8 m/s² um pêndulo simples possui frequência de oscilação de 0,5 Hz. Concluímos que o comprimento do fio do pêndulo deve ser aproximadamente 1 m.
   e) Ao quadruplicar o comprimento do fio de um pêndulo simples, sem alterar a sua localização na superfície da Terra, a sua frequência de oscilação deve ser reduzida a metade.

21. Duas molas ideais, de constantes elásticas k_1 e k_2, sendo $k_1 < k_2$, estão penduradas no tecto de uma sala. Suas extremidades livres contém massas idênticas.



Observa-se que, quando os sistemas oscilam verticalmente, as massas atingem a mesma velocidade máxima. Indicando por A_1 e A_2 as amplitudes dos movimentos e por as E_1 e E_2 as energias mecânicas dos sistema (1) e (2), podemos dizer que :

a) $A_1 > A_2$ e $E_1 = E_2$
b) $A_1 < A_2$ e $E_1 = E_2$
c) $A_1 > A_2$ e $E_1 > E_2$
d) $A_1 < A_2$ e $E_1 < E_2$

22. Um oscilador do tipo massa-mola oscila com energia mecânica 2,0 joules. A constante elástica da mola é 1,0 N/m. Qual a amplitude de oscilação?

a) 0,5 m
b) 1,0 m
c) 1,5 m
d) 2,0 m

Óptica ondulatória

Natureza da luz

Já na antiguidade existiam duas teorias, aparentemente contraditórias, sobre a natureza da luz:

1. A teoria corpuscular de Newton.
2. A teoria ondulatória de Huygens.

Por um lado, a teoria corpuscular de Newton considerava a luz um feixe de partículas ou corpúsculos viajando a grande velocidade. Newton tinha como suporte da sua teoria a propagação rectilínea da luz, a reflexão e a refracção. Por outro lado, a teoria ondulatória de Huygens considerava que a luz se propagava sob a forma de ondas.

Os opositores à teoria ondulatória argumentavam que as ondas requeriam um meio para se propagarem, pelo que não poderia existir nenhum tipo de luz que se propagasse em ondas no vácuo. Por isso, os defensores da teoria corpuscular tiveram de admitir a existência duma substância, a que deram o nome de éter, para explicar o facto de a luz se propagar, também, no vácuo; todas as experiências realizadas para detectar a existência do então chamado «éter» foram infrutíferas.

No entanto, as duas teorias sobre a natureza da luz persistiam, pois a maior discordância entre as duas teorias residia no facto de a teoria corpuscular exigir que a velocidade da luz num meio qualquer fosse maior que no vácuo (recorde-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s e na água é de 1 500 m/s). Por seu turno, a teoria ondulatória exigia precisamente o contrário.

Só no século XIX se confirma a teoria ondulatória da luz, quando Foucault conseguiu mostrar, experimentalmente, que a velocidade da luz na água é menor que no ar. Porém, a teoria do «éter», só foi definitivamente abandonada quando, em 1864, Maxwell sugeriu que a luz é uma onda electromagnética constituída por um campo eléctrico (E) e por um campo magnético (B) variáveis (figura A.23) que se propagam no espaço.



Fig. A. 23 Onda electromagnetica

A velocidade de propagação das ondas electromagnéticas no vácuo é de, aproximadamente, 300 000 km/s e representa-se, normalmente, pela letra *c*.

Fenómenos que provam a natureza ondulatória da luz

Uma vez provada a natureza ondulatória da luz, fenómenos como a interferência, a difracção e a polarização devem, também, ocorrer com a luz.

Interferência

Das ondas mecânicas sabemos que só as ondas coerentes, ondas com a mesma frequência, podem produzir interferência quando sobrepostas. Por isso, as ondas provenientes duma mesma fonte podem provocar interferência, pois têm a mesma frequência. Servindo-se deste facto, Thomas Young produziu, pela primeira vez, em 1801, a interferência da luz. O esquema da montagem desta célebre experiência está representado na Fig. A.24.

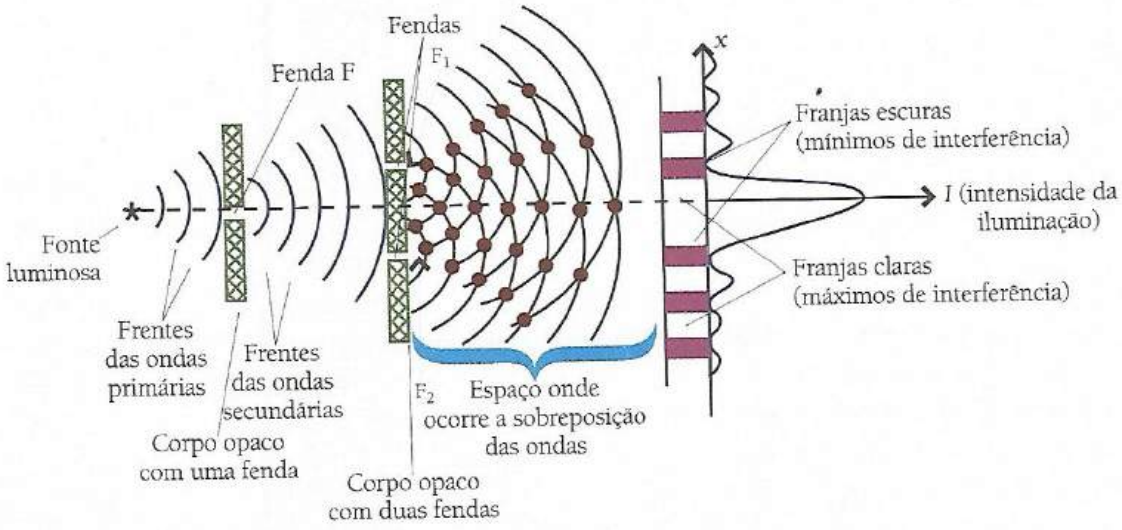


Fig. A. 24 Esquema da montagem da experiência da dupla fenda de Young

As ondas luminosas monocromáticas emitidas pela fonte alcançam o corpo opaco provido da fenda F, onde segundo o Princípio de Huygens, produzm-se as ondas secundárias que se propagam até ao corpo opaco provido das duas fendas F_1 e F_2. Novas ondas secundárias são produzidas, sobrepondo-se e provocando o fenómeno da interferência. Os dois feixes obtidos interferem, formando-se no alvo zonas escuras e claras, chamadas *franjas de interferência*.

O facto de estas ondas (que interferem) provirem duma mesma fonte monocromática, torna-as coerentes por terem de possuir a mesma frequência.

No caso de duas ondas:

- Se elas atingem um ponto desfasadas de um número inteiro de *c.d.o.*, há *interferência construtiva* e a amplitude da vibração resultante é máxima.
- Se elas atingem um ponto desfasadas de um número ímpar de meios *c.d.o.*, há *interferência destrutiva* e a amplitude da vibração resultante é mínima.

Difracção

Se observarmos os limites da sombra produzida por um objecto, veremos que não são definidos, ou seja, não há separação nítida entre luz e sombra. Isto significa que, tal como as ondas da água, a luz contorna obstáculos, isto é, difracta-se. Do outro lado dos obstáculos e das aberturas onde ocorre o fenómeno, observam-se diagramas de difracção constituídos por franjas escuras e franjas brilhantes. A difracção observa-se melhor com fontes luminosas pequenas. Com uma fonte luminosa extensa, cada ponto desta dá um diagrama de difracção, havendo iluminação uniforme quando se sobrepõe.

Quanto à difracção em aberturas, vamos considerar orifícios circulares e fendas. Se entre uma fonte luminosa monocromática e um alvo colocarmos:

- Orifícios circulares cada vez mais pequenos, observar-se-á no alvo uma zona iluminada cada vez menor mas, a partir de certo diâmetro, a zona iluminada alarga e obtêm-se, na sombra geométrica, círculos escuros e círculos brilhantes (Fig. A. 25).
- Uma fenda que se vai estreitando, observar-se-á no alvo uma banda central iluminada cada vez menor mas, a partir de certa abertura, a banda central alarga e fica mais brilhante (Fig. A. 26).

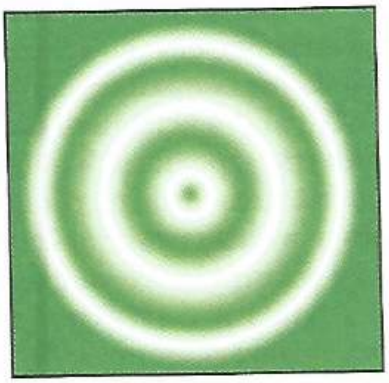


Fig. A. 25 Difracção num orifício circular

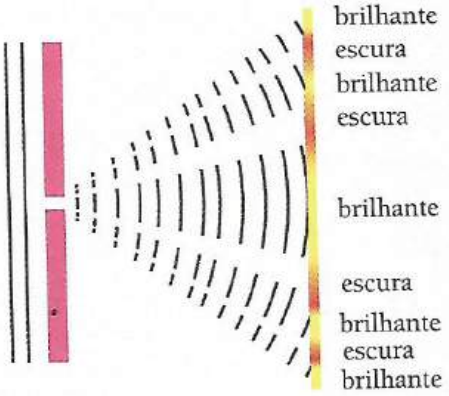


Fig. A. 26 Difracção de luz monocromática numa fenda. A luz vermelha difracta-se mais que a azul.

Obtêm-se, na sombra geométrica, zonas escuras e zonas brilhantes (Fig. A. 27).

Verifica-se que, também para as ondas luminosas, a difracção é tanto mais acentuada quanto menor for o quociente ℓ/λ.

A difracção de luz branca numa fenda produz um diagrama com uma zona central brilhante, rodeada de regiões coloridas de menor intensidade (figura A.27).



Fig. A. 27 Difracção de luz branca numa fenda. Resulta da combinação dos três diagramas anteriores

Enquanto a interferência é o resultado da sobreposição de ondas de duas frentes de onda, na difracção há sobreposição de ondas de diferentes partes da mesma frente de onda.

Polarização da luz

Os fenómenos da interferência, difracção e dispersão provam a natureza ondulatória da luz. No entanto, não nos dão nenhuma informação sobre a transversalidade das ondas luminosas. Isto é, se as ondas luminosas oscilam no mesmo sentido em que se propagam – *longitudinais* – ou se oscilam em sentidos perpendiculares ao sentido da sua propagação – *transversais*.

Se observarmos uma fonte luminosa (uma lâmpada, por exemplo) através de um polaróide (uma lente de óculos de Sol, por exemplo), verificamos que o brilho da fonte diminui. Porém, girando o polaróide, o brilho não se altera. Mas, se colocarmos um segundo polaróide, B, à medida que os formos girando, o brilho vai diminuindo até extinguir-se. O brilho extingue-se, precisamente, quando a face X do polaróide B é perpendicular à face X, do polaróide A, ou seja, quando os polaróides estão cruzados (Fig. A. 28).

A experiência atrás descrita é semelhante à mostrada na figura A.26, onde as ondas transversais, produzidas numa corda, devem atravessar as duas fendas A e B. As ondas, na corda, são da extremidade da corda, junto à mão. Porém, apenas as oscilações verticais propagam-se, após a onda atravessar a fenda A. Assim, as ondas que se propagam entre B e A são designadas *ondas polarizadas*. Neste caso designam-se ainda ondas verticalmente polarizadas (figura A. 29). Se a fenda A estivesse na posição horizontal, as ondas polarizadas propagar-se-iam horizontalmente entre A e B.

Uma onda considera-se polarizada se as oscilações dessa onda se processarem predominantemente numa mesma direcção de propagação da onda. Nas ondas verticalmente polarizadas, por exemplo, as ondas oscilam apenas na direcção vertical. Os instrumentos cuja função é polarizar ondas têm o nome de *polarizadores*. Assim, a fenda A seria um polarizador.

As ondas na corda, que se propagam entre A e B, ao atingirem a fenda B, não conseguem atravessá-la, porque a fenda está colocada perpendicularmente à direcção das oscilações das ondas. Por isso, a fenda B pode funcionar como um instrumento para verificar se as ondas provenientes de A estão ou não polarizadas. Neste caso, a fenda B toma o nome de *analisador*.



Fig. A. 28 Polarização da luz

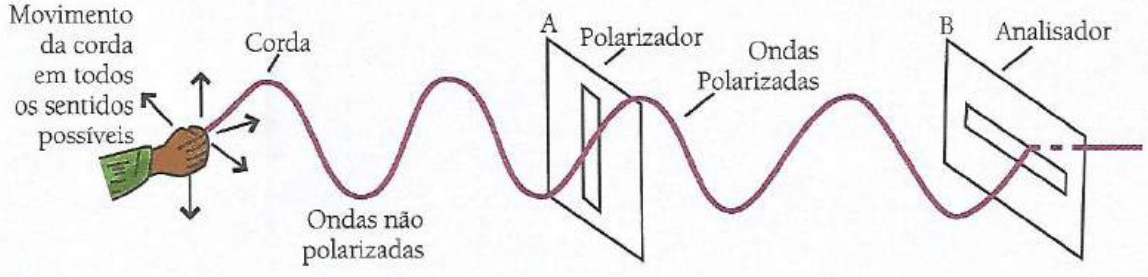


Fig. A. 29 Polarização de ondas

A experiência da Fig. A. 28 pode ser explicada se a luz for considerada uma onda transversal, onde o primeiro polaróide deixou passar apenas as oscilações que se propagam numa determinada direcção, polarizando, dessa forma, a luz emitida pela lâmpada. Por sua vez, o segundo polaróide (analisador) absorveu as ondas luminosas transmitidas pelo polarizador.

Tal como as outras radiações electromagnéticas, a luz é vista como sendo constituída por um campo magnético variável $\vec{B}$ e um campo eléctrico variável $\vec{E}$, os quais oscilam, perpendicularmente, entre si, e à direcção de propagação da onda (Fig. A. 30).

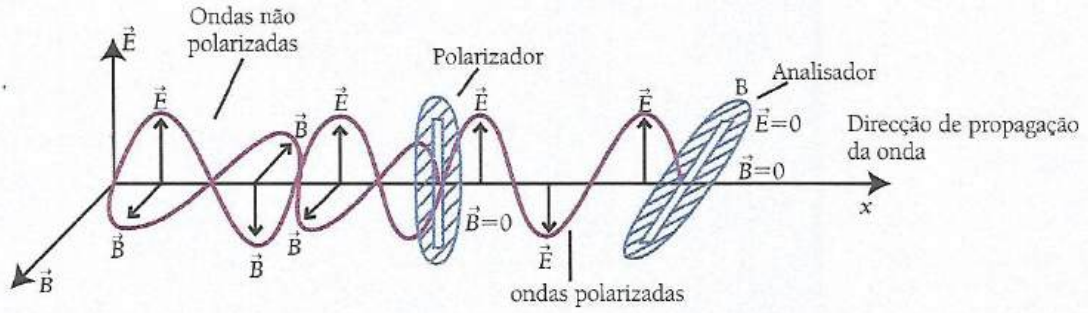


Fig. A. 30 Transversalidade das ondas electromagnéticas

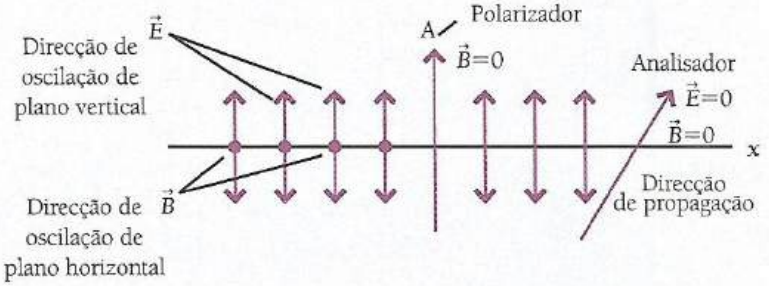


Fig. A. 31 Representação esquemática: o processo de análise da transversalidade das ondas electromagnéticas

A onda na Fig. A. 31 oscila na direcção vertical (de cima para baixo), $\vec{B}$ oscila na direcção horizontal (entrando e saindo pelas duas faces desta folha de papel) e a onda desloca-se para a direita.

Tabela de constantes físicas

Nome	Símbolo	Valor (SI)
Aceleração gravítica ao nível do mar	g	$9{,}8\ m\ s^{-2}$
Carga do electrão	e	$(-)1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$
Carga do protão	e^+	$(+)1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$
Constante de Avogadro	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$
Constante de Coulomb para o vácuo/ar	K_0	$8{,}9874 \cdot 10^{-9}\ N\ m^2\ C^{-2}$
Constante de gravitação universal	s	$6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
Constante de Planck	h	$6{,}626 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
Constante de Stefan-Boltzmann	s	$5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Constante de Wien	b	$2{,}898 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m$
Constante universal dos gases ideais	R	$8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Electrão-volt (unidade de energia)	eV	$1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$
Massa da Lua	m_L	$7{,}36 \cdot 10^{22}\ kg$
Massa da Terra	m_T	$5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$
Massa do Sol	m_S	$2 \cdot 10^{30}\ kg$
Massa do electrão em repouso	m_e	$9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$
Massa do neutrão em repouso	m_n	$1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$
Massa do protão em repouso	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$
Permitividade do vácuo	e_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}\ N^{-1} \cdot m^{-2} \cdot C^2$
Pressão atmosférica normal	P_{atm}	$1{,}01 \cdot 10^5\ Pa$
Raio da Lua	r_L	$1{,}7 \cdot 10^6\ m$
Raio da Terra	r_T	$6{,}4 \cdot 10^6\ m$
Raio do Sol (equatorial)	r_S	$7 \cdot 10^8\ m$
Raio de Bohr	a_0	$5{,}3 \cdot 10^{-11}\ m$
Unidade de massa atómica	u.m.a.	$1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg$
Velocidade da luz no vazio	c	$3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$

Tabela das grandezas físicas

Nome e símbolo da grandeza		Nome e símbolo da unidade no SI	
Aceleração	a, g	metro por segundo ao quadrado	m/s^2
Actividade	a	becquerel	Bq
Calor específico	c	joule por quilograma vezes kelvin	J/kgK
Calor latente	L	joule por quilograma	J/kg
Campo eléctrico	E	newton por coulomb; volt por metro	N/C; V/m
Campo magnético	B	tesla	T
Capacidade eléctrica	C	farad	F
Capacidade térmica	C	joule por Kelvin	J/K
Carga eléctrica	Q, q	coulomb	C
Comprimento	$\ell, \Delta x$	metro	m
Condutância eléctrica	G	siemens	$S; \Omega^{-1}$
Densidade	ρ	quilograma por metro cúbico	kg/m^3
Diferença de potencial	$\Delta U, \Delta V, U, V$	volt	V
Energia/trabalho/calor	E, W, Q	koule	J
Fluxo magnético	Φ	weber	Wb
Força, peso, tensão	F, P, T	newton	N
Força electromotriz	ε	volt	V
Frequência	f	hertz	Hz
Indutância	L	henry	H
Intensidade da corrente	I	ampére	A
Intensidade luminosa	I_v	candela	cd
Massa	m	quilograma	kg
Potência	P	watt	W
Potencial eléctrico	U, V	volt	V
Pressão	p	newton por metro quadrado; pascal	N/m^2; Pa
Quantidade de substância	n	mole	mol
Resistência eléctrica	R, r	ohm	Ω
Resistividade	ρ	ohm vezes metro	Ωm
Superfície, área	S, A	metro quadrado	m^2
Temperatura termodinâmica	T	kelvin	K
Tempo, período	$\Delta t, t, T, \tau$	segundo	s
Velocidade	v	metro por segundo	m/s
Velocidade angular	ω	radiano por segundo	rad/s
Volume	V	metro cúbico	m^3

Exercícios propostos

Unidade 1 – Ondas electromagnéticas Radiação do corpo negro

Exercícios propostos pp. 20 e 21

1. Propriedades das ondas electromagnéticas:
   - Propagam-se em linha recta.
   - No vácuo, propagam-se todas à mesma velocidade, $c = 3 \times 10^8$ m/s.
   - Sofrem reflexão, refração, interferência, difração.
   - Não são desviadas por campos electromagéticos.

2. a) UV b) Raios X c) Microondas d) IV

3. a) A – IV; B – Raios X;
   b) Cósmica; Cósmica c) Raios X; IV

4. a) Para que não haja transferência de calor por condução.
   b) Para que não haja transferência de calor por convecção.
   c) Para que não haja transferência de calor por radiação.

5. a) Porque a cor branca reflete todas as radiações que incidem enquanto a cor preta absorve.
   b) É o negro, porque absorve melhor.

6. Porque as partes negras são as que mais radiação térmica emitem por serem as partes que melhor absorvem.

7. a) $T_A > T_B > T_C$
   b) $T = 30\,000$ K
   c) $I = 2{,}51 \times 10^9$ W m^{-2}
   d) $I = 5{,}7 \times 10^8$ W m^{-2}
   e) $I_A = 16\, I_B$ (16 vezes)

8. a) Banda de 483 nm a 580 nm.
   b) Radiação visível.
   c) Classe G porque $T = 5\,386$ K
   d) $T = 11\,592$ K. Classe B.

9. a) $T = 7\,728$ K
   b) $I = 1{,}26 \times 10^7$ W m^{-2}

10. $T = 6\,010$ K

11. a) Se $f_A = 2 \cdot f_B \Rightarrow \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2}$ porque $f \sim \frac{1}{\lambda}$
    b) Se $\lambda_B = 2 \cdot \lambda_A \Rightarrow T_A = 2 \cdot T_B$ porque $T \sim \frac{1}{\lambda}$
    c) Se $T_A = 2 \cdot T_B \Rightarrow I_A = 6 \cdot I_B$ porque $I \sim T^4$

Unidade 2 – Física atómica

Exercícios propostos pp. 43 a 45

1. C. 2. A.

3. A. F B. F C. V D. V
   E. V F. V G. V

4. b) $\Phi = 3{,}64 \times 10^{-19}$ J c) $E_C = 1{,}3 \times 10^{-19}$ J
   d) $v_{máx} = 0$

5. a) $f_0 = 5{,}5 \times 10^{14}$ Hz b) $\Phi = 3{,}64 \times 10^{-19}$ J
   c) $h = 7{,}1 \times 10^{-34}$ J s

6. a) $\Phi = 3{,}3 \times 10^{-19}$ J b) $E_C = 1{,}7 \times 10^{-19}$ J

7. a) $\lambda = 3 \times 10^{-7}$ m b) $E_C = 2{,}1 \times 10^{-18}$ J
   c) $U_p = 13$ V

8. a) $f_0 = 8{,}4 \times 10^{14}$ Hz b) $E_C = 2{,}37 \times 10^{-19}$ J;
   $v = 7{,}2 \times 10^5$ m/s

9. a) $\Phi = 4{,}2$ eV b) $\lambda = 2{,}95 \times 10^{-7}$ m
   c) $f = 1 \times 10^{15}$ Hz

12. Contínuo, porque é um metal incandescente.

13. Maior para menor porque há emissão de energia na forma de fotões.

14. Exotérmicas, porque há emissão de energia.

15. c)

16. a) Y, porque é a transição de maior para menor energia.
    b) Proporcionalidade inversa.
    c) Para X: A – 1; B – 2; C – 3; D – 4.
    Para Y: A – 3; B – 2; C – 1; D – 4.

17. A – 3; B – 1; C – 2.

18. a) $\lambda_{mín} = 0{,}05$ nm b) $E = 9{,}94 \times 10^{-16}$ J
    c) $U = 24\,843{,}8$ V

19. a) Diferentes valores da *d.d.p.* entre o cátodo e o ânodo.
    b) $\lambda_\alpha = 2{,}65 \times 10^{-15}$ m; $\lambda_\beta = 3{,}05 \times 10^{-15}$ m
    c) $E_\alpha = 4{,}7 \times 10^8$ J; $E_\beta = 4 \times 10^8$ J

20. a) $f = 1{,}44 \times 10^{18}$ Hz b) $E = 1{,}49 \times 10^{-15}$ J
    c) $Z = 40$

Unidade 3 – Física nuclear

Exercícios propostos pp. 73 a 75

1. a) Radiação α e β^+ b) γ c) β d) γ
   e) α f) γ g) β^- h) γ

2. A e E

3. a) $Z = 83$ b) $N = 126$ c) $A = 209$

4. a) $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}e \rightarrow + {}^{4}_{2}He$

b) $^{219}_{86} \rightarrow {}^{215}_{84}Po + {}^{0}_{0}\gamma + {}^{4}_{1}\alpha$

c) $^{231}_{90}Th \rightarrow {}^{231}_{91} + {}^{0}_{-1}\beta$

d) $^{210}_{84}Po + {}^{0}_{-1}\beta \rightarrow {}^{210}_{83}Pb$

5. a) $^{232}_{90}A \rightarrow {}^{228}_{88}B + {}^{4}_{2}\alpha$ $^{228}_{88}B \rightarrow {}^{228}_{89}C + {}^{0}_{-1}\beta$

$^{228}_{90}C \rightarrow {}^{228}_{89}D + {}^{0}_{0}\gamma$ $^{228}_{90}D \rightarrow {}^{228}_{90}E + {}^{0}_{-1}\beta$

b) Isótopos: A e E; C e D

Isóbaros: B, C; D, E

6. a) 8 emissões α e 6 emissões β

7. a) $n = 6$ b) $Q_P =$ c) $Q_D = \frac{15}{16}$

8. a) $A = 3$ b) $t = 8$ dias

9. $t = 180$ dias

10. a) $a = 210$; $b = 84$; $c = 4$; $d = 2$.

b) $n = 3$

11. a) $t = 29\,360$ anos b) $A = \frac{5}{24}\mu Ci$

12. $\lambda = 2{,}2 \times 10^{-5}\,s^{-1}$

13. a) $\lambda = 0{,}17325\,h^{-1}$ b) $N = 1{,}7 \times 10^{21}$

c) $N = 3{,}2 \times 10^{20}$

14. a) $\lambda = 8{,}4 \times 10^{-5}\,s^{-1}$ b) $N_0 = 7{,}1 \times 10^{7}$

c) $A = 5\,995$ Bq

15. $\lambda = 4{,}3 \times 10^{-2}\,h^{-1}$; $T_{1/2} = 16{,}1$ h

16. b) $\Delta m = 0{,}212$ u.m.a. c) $E = 197{,}4$ eV

17. b) $E = 207{,}5$ MeV

18. a) $E = 27{,}2$ MeV b) $E = 23{,}65$ MeV

19. b) $m_{He} = 4{,}0025$ u.m.a.

Unidade 4 – Mecânica dos fluidos (hidrodinâmica)

Exercícios propostos pp. 89 a 91

1. $2{,}7\ g/cm^3 = 2{,}7\ kg/dm^3 = 2{,}7 \times 10^3\ kg/m^3 = 2{,}7 \times 10^3\ g/dm^3 = 2{,}7 \times 10^6\ g/m^3$

2. $1 \times 10^3\ kg/m^3 = 1 \times 10^3\ g/dm^3 = 1\ g/cm^3$

3. a) $p_A < p_B$; $p_B = p_C$; $p_C < p_E$; $p_D = p_E$

b) $\Delta p = 1{,}6 \times 10^5$ Pa

c) $p_C = 2{,}6 \times 10^5$ Pa; $p_E = 4{,}2 \times 10^5$ Pa

4. a) $p_{atm} = 1 \times 10^5$ Pa b) $\rho = 2\,500\ kg/m^3$

c) $p_{20} = 6{,}0 \times 10^5$ Pa; $p_{40} = 1{,}1 \times 10^6$ Pa

5. a) $p = 106$ cmHg b) $p = 96$ cmHg

c) $p = 36$ cmHg d) $p = 76$ cmHg

e) $p = 10$ cmHg f) $p = 76$ cmHg

6. a) A b) $\rho_B = \rho_C$

c) $h_B = h_C = 10$ m; $h_A = 0{,}73$ m

7. a) $GE = 1{,}36$ m

b) $p_A = 1 \times 10^5\ Pa$; $p_B = 1\,333\,600$ Pa; $p_C = p_D$; $p_B = p_E$; $p_G = p_{atm}$

8. a) $F = 4 \times 10^5$ N b) $p_2 = 8 \times 10^5$ Pa

9. a) $V_{hlc} = 3 \times 10^{-5}\,m^3$; $V_{hlc} = 4 \times 10^{-5}\,m^3$

$V_{hlc} = 6 \times 10^{-5}\,m^3$

b) $I_{la} = 0{,}3$ N; $F_{lb} = 0{,}4$ N; $= 0{,}6$ N

10. a) $P = 0{,}47$ N $I = 0{,}1$ N

b) $m = 0{,}017$ kg c) $V_L = 1 \times 10^{-5}\,m^3$

d) $e = 4{,}7 \times 10^3\,m^3$

11. a) $I = 4{,}04$ N b) $m = 4{,}58$ kg

c) $F_d = 40{,}s$ N

12. b) $T = 15$ N c) Sobe

d) $a = 3{,}3\ m/s^2$ e) $t = 0{,}69$ s

13. $Q = 1{,}69 \times 10^{-2}\,m^3/s = 61\,m^3/h$

14. $v_2 = 1{,}8$ m/s

15. $p_1 = 4{,}0 \times 10^4$ Pa

16. $d = 5{,}04 \times 10^{-2}$ m

17. a) $v = 6{,}3$ m/s

d) $Q = 3{,}16 \times 10^{-4}\,m^3/s$

18. a) A e C b) $v_A = 20$ m/s c) $\Delta h = 25$ cm

19. a) $\Delta p = p_A - p_B = 16\,320$ Pa

b) $v_A = 0{,}6$ m/s; $v_B = 5{,}62$ m/s

c) $Q = 1{,}52 \times 10^{-2}\ m^3/s$

Unidade 5 – Gases e termodinâmica

Exercícios propostos pp. 110 a 113

1. $Q = 6 \times 10^4$ J b) $\Delta T_A = 7$ K c) $T_f = 290$ K

2. $c = 1\,200$ J/kg K

3. $T_f = 284{,}2$ K

4. $c = 2\,027{,}7$ J/kg K

5. $m_{Fe} = 1{,}29 \times 10^{-8}$ kg $= 0.0129$ kg

6. $T_f = 357{,}3$ K

7. a) $m = 0{,}2$ kg b) $m = 0{,}11$ kg

8. $T_f = 271{,}3$ K

9. a) $T_f = 273$ K b) $m = 0{,}12$ kg

10. $m = 0{,}056$ kg

11. a) $T_f = -2100$ K b) $L_f = 12\,000$ J/kg
c) $c = 200$ J/kg K

12. $p = 9{,}4 \times 10^4$ Pa; $p = 8{,}9 \times 10^4$ Pa, $p = 6{,}55 \times 10^4$ Pa

13. $p = 2{,}18 \times 10^5$ Pa

14. a) $T = 120{,}4$ K
b) $T = 240$ K $= -33$ °C
c) $p = 1{,}45 \times 10^5$ Pa

15. a) $V = 1{,}24 \times 10^{-2}\,m^3$
b) $V = 2{,}48 \times 10^{-2}\,m^3$
c) $T = 150$ K

16. a) $n_H = 1$ mol, $n_{He} = 2$ mol
b) $n_{total} = 3$ mol c) $p_{total} = 3{,}75 \times 10^5$ Pa

18. $W = p \cdot \Delta V$

19. a) $\frac{P \cdot V}{T} = \text{const.}$ b) $W = p \cdot \Delta V$

20. $\frac{P \cdot V}{T} = \text{const.}$

22. a) $W_{AB} = 0$
b) $W_{BC} = 140$ J
c) $\Delta U = 3\,880$ J

23. a) $W = 4{,}8 \times 10^3$ J

Unidade 6 – Oscilações mecânicas

Exercícios propostos pp. 139 a 142

1. a) MHS b) 8π rad s^{-1}
c) $A = r = 4$ cm d) $y(t) = 4 \text{ sen } (8\pi t)$

2. a) $v_{máx} = \frac{\pi}{4}$ m s^{-1}; $\omega = \frac{\pi}{2}$ rad s^{-1}
b) $A = 0{,}5$ m
c) $y(t) = 0{,}5 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{4} t\right)$; $a(t) = -\frac{\pi^2}{8} \text{ sen}\left(\frac{\pi}{4} t\right)$
d)

v m s^{-1})	$\frac{\pi}{4}$	0	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$
t (s)	0	$\frac{T}{4} = 1$	$\frac{T}{2} = 2$	$\frac{3}{4}T = 3$	$T = 4$

3. a) 1,5 Hz b) $\omega = 3\pi$ rad s^{-1}; $v = 0{,}6$ m s^{-1}
c) $r = \frac{1}{5\pi}$ m d) $y(t) = \frac{1}{5\pi} \text{ sen}(3\pi t)$
e)

t (s)	0	$\frac{T}{4} = \frac{1}{6}$	$\frac{T}{2} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}T = \frac{1}{2}$	$T = \frac{2}{3}$
y (m)	0	$\frac{1}{5}\pi$	0	$-\frac{1}{5}\pi$	0

Com estes dados construa o gráfico.

4. a) $A = 0{,}2$ m; $\omega = \pi$ rad s^{-1}
b) $T = 2$ s; $f = 0{,}5$ Hz
c) $v_{máx} = \frac{\pi}{5}$ m s^{-1}; $a_{máx} = \frac{\pi^2}{5}$ m s^{-2}
d) $v(t) = \frac{\pi}{5} \cos(\pi t)$; $a(t) = -\frac{\pi^2}{5} \text{ sen } (\pi t)$
e) $v(6) = \frac{\pi}{5}$ m/s; $a(6) = 0$

5. a) $A = 3$ m; $T = 8$ s
b) $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad s^{-1}
c) $y(t) = 3 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{4} t\right)$
d) $y(8) = 0$

6. a) $T = 8$ s; $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad s^{-1}; $f = 0{,}125$ Hz
b) $y(t) = 16 \text{ sen } \frac{\pi}{4} t$
c) $v(0) = 4\pi$ m/s; $a(0) = 0$

7. a) $y(t) = \frac{2}{\pi} \text{ sen } (4\pi t)$
b) $v(t) = 8 \cos(4\pi t)$; $a(t) = -32\pi \text{ sen } (4\pi t)$
c) $v_{máx} = 8$ cm s^{-1}; $a_{máx} = 32\pi$ cm s^{-2}

8.1 a) $A = 4$ m b) $T = 4$ s
c) $f = 0{,}25$ Hz d) $\omega = \frac{\pi}{2}$ rad s^{-1}

8.2 a) $y(t) = 4 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{2} t\right)$; $v(t) = 2\pi \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$;
$a(t) = -\pi^2 \text{ sen } \left(\frac{\pi}{2} t\right)$

8.3 $v(0) = 2\pi$ m/s; $a(0) = 0$

8.4 A.

9. a) $f = 0{,}5$ Hz b) $\omega = \pi$ rad s^{-1}
   c) $T = 2$ s d) $A = 0{,}5$ m

10. a) $T = 0{,}4\pi$ s; $f = \frac{2{,}5}{\pi}$ Hz
    b) $T = \pi$ s

11. a) $T = 0{,}5$ s b) $\ell = 6{,}3$ cm

12. a) $T = 0{,}5$ s b) $k = 15{,}8$ N m^{-1}

13. D. Porque têm o mesmo comprimento.

14. a) O pêndulo 3 tem o maior período e pêndulo 1 tem o menor o período porque
    $T \sim \sqrt{\ell}$.
    b) $\frac{T_2}{T_1} = 2$ s; $\frac{T_3}{T_4} = 4$ s c) $T_1 = 1$ s; $T_2 = 2$ s
    $T_3 = 4$ s
    d) T diminui 3 vezes ($T \sim \sqrt{\ell}$)

15. a) $k = 0{,}44$ N m^{-1}
    b) $v(t) = 0{,}2\,\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

16. a) $T_1 = 0{,}2\pi$ s; $T_2 = 0{,}4\pi$ s; $T_3 = 0{,}8\pi$ s
    b) $\frac{T_2}{T_1} = 2$; $\frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}} = 2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}}$
    porque $T \sim \sqrt{m}$ c) $\frac{T_1}{T_3} = \frac{1}{4}$; $\frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = \frac{1}{4}$
    d) $T \sim \sqrt{m}$ e $T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}$
    e) T duplica ($T \sim \sqrt{m}$)
    f) T duplica $\left(T \sim \sqrt{\frac{m}{k}}\right)$
    g) k deve aumentar 49 vezes $\left(T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}\right)$
    h) T diminui $\sqrt{2}$ vezes $\left(T \sim \frac{1}{\sqrt{k}}\right)$

17.1 a) 17.2 b) 17.3 c)

18. a) $T = 0{,}44$ s c) $v_{máx} = 0{,}71$ m s^{-1}
    b) $A = 0{,}05$ m d) $a_{máx} = 10$ m s^{-2}

Escolha múltipla

Unidade 1 – Ondas electromagnéticas Radiação do corpo negro

pp. 22 e 23

1. c) e d); 2. e); 3. c); 4. b); 5. a)
6. c), 7. e); 8. b); 9. c)

Unidade 2 – Física atómica

pp. 46 e 47

1. c) e d); 2. c); 3. a); 4. e); 5. a)
6. c), 7. b); 8. a); 9. b)

Unidade 3 – Física nuclear

pp. 76 e 77

1. b); 2. e); 3. b); 4. b); 5. d)
6. d), 7. d); 8. b), d) e e) 9. d)
10. b); 11. e); 12. a); 13. a); 14. b)

Unidade 4 – Mecânica dos fluidos (hidrodinâmica)

pp. 92 e 93

1. 1.1 b); 1.2 d)
2. e); 3. b); 4. a); 5. a)
6. c); 7. 7.1 d); 7. 2 a), 7. 3 c),
8. d); 9. c); 10. e); 11. c); 12. a);

Unidade 5 – Gases e termodinâmica

pp. 114 e 115

1. c); 2. a); 3.3.1 b); 3.3.2 c) 4. b)
5.5.1 a), 5.5.2 b); 6. b) e d);
7. a); 8. a); 9. a);

Unidade 6 – Oscilações mecânicas

pp. 143 a 148

1. a); 2. e); 3. b); 4. d); 5. a)
6. c), 7. e); 8. a); 9. c)
10. c); 11. a); 12. b); 13. d); 14. d)
15. a) 16. a) F; b) V; c) V; d) F; e) F
17. a) V; b) V; c) F; d) F; e) V
18. a) F; b) F; c) V; d) V; e) F
19. 20 b) 20. a) V; b) F; c) F; d) V; e) V
21 c) 22 d)

Programa Actualizado

F12

Física 12.ª Classe

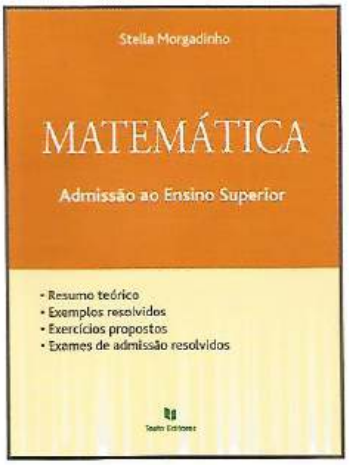
Já à venda:

Agro-pecuária 12
Biologia 12
DGD 12
Empreendedorismo 12
Filosofia 12
Geografia 12
História 12
Inglês 12
Matemática 12
Matemática 12-letras
Português 12
Química 12
TIC 12

Brevemente:

Educação Visual 12

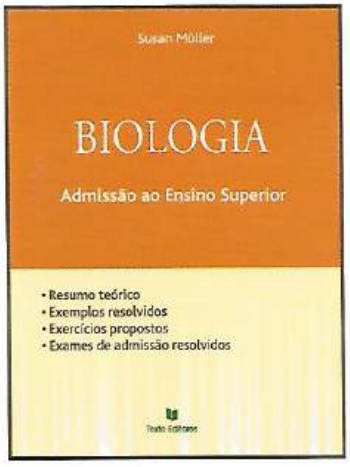
Publicações de referência para apoio ao ensino



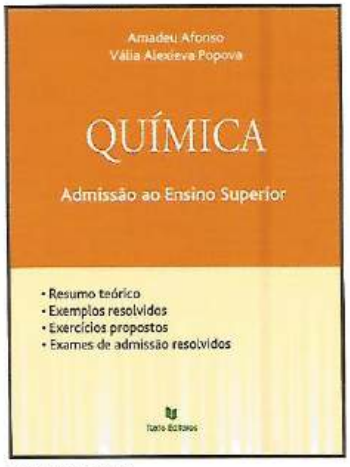
978-902-47-6101-2



978-902-47-6102-9



978-902-47-6104-3



978-902-47-6103-6

LeYa | Texto Editores | 978-902-47-5492-2
www.leya.co.mz | E-mail: info@me.co.mz | www.leyaonline.com