Academia EduSkills

MATRIZ RESOLVIDO LÍNGUA MATEMATICA 12ª CLASSE (2025)

Guia Oficial de Matematica – 12ª Classe 2025

SETEMBRO DE 2025

ACADEMIA EDUSKILLS

Cidade de Nampula

Índice

BIBLIOTECA EDUSKILLS
Encontre Aqui:
Livros Escolares - (1ª a 12ª Classe);
Exames Escolares - (1ª a 12ª Classe)
Exames de Admissão (Todas Universidades)
Exames Resolvidos
Trabalhos feitos.
Acesse mais Conteúdos agora
www.eduskills.co.mz
ou
CLIQUE AQUI
Qual livro ou exame procuras? 861003535

MÓDULO DE UM NÚMERO REAL

O módulo (ou valor absoluto) de um número real é um dos conceitos mais básicos e importantes da Matemática, pois representa a **distância de um número até a origem na reta real**. O módulo é sempre **não negativo**, o que significa que ele mede o tamanho, mas não a direção.

Seja $a$um número real, define-se:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{se } a \geq 0 \\ -a, & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

Por exemplo, $|\ 3\ |= 3$e $|\ -3\ |= 3$. Isso mostra que o módulo "ignora" o sinal, representando apenas a magnitude. O módulo é fundamental em diversas áreas, como **geometria analítica, funções, desigualdades e limites**, sendo usado para medir **distâncias, erros e variações**.

1.1. Propriedades do módulo

O módulo possui várias propriedades úteis que simplificam cálculos e resoluções de equações. As principais são:

1. **Propriedade da não negatividade:**

   $|\ a\ |\geq 0$, e $|\ a\ |= 0 \ \Leftrightarrow\ a = 0.$

   → O módulo nunca é negativo.

2. **Propriedade multiplicativa:**

   $|\ ab\ |=|\ a\ |\cdot|\ b\ |.$

   → O módulo de um produto é o produto dos módulos.

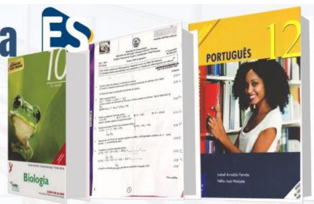
3. **Propriedade da divisão:**

   $|\ \frac{a}{b}\ |= \frac{|a|}{|b|}$, para $b \neq 0.$

4. **Propriedade aditiva (triangular):**

   $|\ a + b\ |\leq|\ a\ | +|\ b\ |.$

BIBLIOTECA EDUSKILLS
Encontre Aqui:
- Livros Escolares - (1ª a 12ª Classe);
- Exames Escolares - (1ª a 12ª Classe)
- Exames de Admissão (Todas Universidades)
- Exames Resolvidos
- Trabalhos feitos.

Acesse mais Conteúdos agora
www.eduskills.co.mz
ou
CLIQUE AQUI
Qual livro ou exame procuras? 861003535


→ É conhecida como **desigualdade triangular**, e é usada em análise matemática e geometria.

5. **Propriedade da diferença:**
   $|a-b|=|b-a|$.
   → Mostra que o módulo ignora a direção, pois mede apenas a distância entre dois pontos.

Essas propriedades são muito cobradas em exames, especialmente em exercícios de **provas objectivas** e **demonstrações curtas**, onde o aluno precisa simplificar expressões ou justificar igualdades envolvendo módulo.

1.2. Interpretação geométrica do módulo da diferença de dois números reais

Na recta real, o módulo da diferença entre dois números ae $b$representa a **distância entre esses dois pontos**.

$$|a-b| = \text{distância entre } a \text{ e } b.$$

Por exemplo:

- A distância entre 2 e 5 é $|2-5|=3$.
- A distância entre -3 e 4 é $|-3-4|=7$.

Essa interpretação é importante porque mostra que o módulo é uma **medida geométrica**, e não apenas um símbolo algébrico. Ela é amplamente utilizada em **geometria analítica** (ao calcular distâncias entre pontos no plano) e em **funções reais** (ao representar intervalos de valores).

Um exemplo prático é a desigualdade:

$$|x-2|<3$$

que significa "os valores de $x$que estão a menos de 3 unidades de distância do ponto 2", ou seja:

$$-1<x<5.$$

Essa interpretação transforma o módulo em uma ferramenta poderosa para **resolver problemas geométricos e intervalares**.

1.3. Equações modulares

Uma **equação modular** é uma equação que contém uma expressão dentro de um módulo. A estratégia geral para resolvê-las consiste em **eliminar o módulo** considerando **os dois casos possíveis** (positivo e negativo).

Exemplo:

$$|x-3|=5$$

➞ Caso 1: $x-3=5 \Rightarrow x=8$

➞ Caso 2: $x-3=-5 \Rightarrow x=-2$

Portanto, as soluções são $x=-2$e $x=8$.

Outro exemplo:

$$|2x-4|=|x+1|$$

Para resolver, consideram-se os sinais de ambos os lados, gerando **vários casos**. Essas equações exigem análise lógica e domínio das propriedades do módulo.

As equações modulares aparecem com frequência em provas da 12ª classe, especialmente combinadas com **conceitos de inequações e distâncias**. Saber resolvê-las correctamente exige atenção ao **domínio da variável** e ao **significado geométrico** das soluções.

CÁLCULO COMBINATÓRIO E PROBABILIDADES

O **cálculo combinatório** estuda as diferentes maneiras de **organizar, seleccionar ou dispor elementos** de um conjunto, segundo determinadas regras. Ele fornece as bases matemáticas para a **probabilidade**, que mede o **grau de certeza ou incerteza de um acontecimento**. Essas duas áreas estão

intimamente relacionadas e têm aplicações em estatística, ciência de dados, genética, informática, jogos e análise de riscos.

O objetivo é aprender **a contar sem precisar listar todas as possibilidades**, utilizando princípios de multiplicação, arranjos, combinações e permutações. Já a probabilidade serve para quantificar o "quanto é provável" que um determinado evento ocorra, com base em cálculos matemáticos rigorosos.

2.1. Cálculo com factorial

O **factorial de um número natural** n(representado por $n!$) é o produto de todos os números naturais de 1 até n:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

Por exemplo:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Por definição, $0! = 1$. O fatorial é utilizado para **contar o número de maneiras possíveis de ordenar elementos diferentes**. Por exemplo, o número de formas de organizar 4 livros distintos em uma estante é $4! = 24$.

O factorial é também a base de muitas fórmulas do cálculo combinatório, como permutações, arranjos e combinações. Saber manipulá-lo (simplificar quocientes de factoriais, reconhecer padrões e aplicar correctamente) é essencial para resolver exercícios complexos com rapidez e precisão.

2.2. Permutações, Combinações e Arranjos

Essas três operações são os pilares do cálculo combinatório. Embora relacionadas, diferem quanto à **ordem** e à **repetição** dos elementos.

1. **Permutação:** Ocorre quando todos os elementos são utilizados e a **ordem importa**.

A fórmula é:

$$P_n = n!$$

Exemplo: quantas palavras diferentes podem ser formadas com as letras da palavra "SOL"?

$$P_3 = 3! = 6$$

(SOL, SLO, OSL, OLS, LSO, LOS).

2. **Arranjo simples:** Selecciona-se um subconjunto de $p$elementos de um total de n, **considerando a ordem**.

A fórmula é:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo: quantas senhas de 3 dígitos podem ser feitas com números de 1 a 5, sem repetição?

1. Exemplo: quantas senhas de 3 dígitos podem ser feitas com números de 1 a 5, sem repetição?

$$A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$$

2. **Combinação simples:** Selecciona-se $p$elementos de n, **sem considerar a ordem**.

   A fórmula é:

$$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Exemplo: quantas equipas de 3 alunos podem ser formadas a partir de 5?

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!\,2!} = 10$$

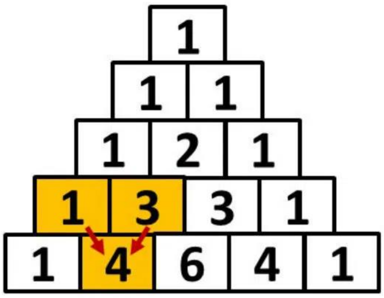
Saber distinguir esses três tipos é essencial. Regra prática:

- **Ordem importa → arranjo ou permutação.**
- **Ordem não importa → combinação.**

2.3. Triângulo de Pascal

O **Triângulo de Pascal** é uma forma organizada de representar os **coeficientes binomiais**, que aparecem no **Binómio de Newton** e em várias fórmulas combinatórias. Ele é construído começando por 1 no topo, e cada número abaixo é a soma dos dois números imediatamente acima.

Exemplo:



Cada linha corresponde a um valor de n, e os números representam C_n^p.

Por exemplo, a terceira linha (1, 2, 1) representa as combinações de C_2^0, C_2^1, C_2^2. Esse triângulo é útil para expandir expressões como $(a+b)^n$ sem precisar calcular manualmente cada termo.

2.4. Binómio de Newton e suas aplicações

O **Binómio de Newton** é uma fórmula que permite desenvolver expressões da forma $(a+b)^n$, com $n$natural, sem multiplicações sucessivas.

A fórmula geral é:

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p$$

Por exemplo:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Os coeficientes (1, 4, 6, 4, 1) vêm do Triângulo de Pascal.

O Binómio de Newton é amplamente aplicado em **polinómios, probabilidade, estatística e física**, e muitas vezes aparece no exame em questões que pedem o **termo geral** ou o **coeficiente de um termo específico** da expansão.

Exemplo:

"Determine o coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(2+x)^5$."

Usando o termo geral:

$$T_{p+1} = C_5^p (2)^{5-p} x^p$$

Para $p = 3$:

$$T_4 = C_5^3 (2)^2 x^3 = 10 \times 4x^3 = 40x^3$$

O coeficiente procurado é **40**.

2.5. Acontecimentos: certo, impossível, contrário e incompatível (disjuntos)

Na **teoria das probabilidades**, um **acontecimento** é um conjunto de resultados possíveis de uma experiência aleatória.

- **Acontecimento certo:** ocorre sempre. Exemplo: "sair um número menor que 7" ao lançar um dado.
- **Acontecimento impossível:** nunca ocorre. Exemplo: "sair o número 7" num dado comum.
- **Acontecimento contrário:** é o oposto de outro. Se Aé "sair número par", então o contrário A'é "sair número ímpar".
- **Acontecimentos incompatíveis (disjuntos):** não podem ocorrer ao mesmo tempo. Exemplo: "sair cara" e "sair coroa" no mesmo lançamento de uma moeda.

Esses conceitos ajudam a compreender a **lógica dos eventos** e são a base para o cálculo da **probabilidade composta**.

2.6. Operações com acontecimentos (união e intersecção)

Sejam Ae Bdois acontecimentos:

- A **união** $A \cup B$representa a ocorrência de **A ou B** (ou ambos).
- A **intersecção** $A \cap B$representa a ocorrência simultânea de **A e B**.

Exemplo:

Se A= "sair número par" e B= "sair número menor que 4", então:

$$A = \{2,4,6\}, B = \{1,2,3\}$$
$$A \cup B = \{1,2,3,4,6\}, A \cap B = \{2\}$$

Essas operações seguem propriedades semelhantes às da álgebra dos conjuntos e são representadas graficamente por **diagramas de Venn**.

2.7. Determinação da probabilidade pela Lei de Laplace

A **Lei de Laplace** é a fórmula básica da probabilidade, aplicável quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

onde:

- $P(A)$: probabilidade do acontecimento A,
- $n(A)$: número de casos favoráveis,
- $n(U)$: número total de casos possíveis.

Exemplo:

Lançando um dado, qual a probabilidade de sair número par?

$$A = \{2,4,6\}, n(A) = 3, n(U) = 6$$
$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Probabilidade = 0,5 ou 50%.

Essa lei é a base para resolver a maioria das questões de probabilidade simples, como sorteios, jogos de cartas, dados ou urnas.

FUNÇÃO REAL DE VARIÁVEL NATURAL

Uma **função real de variável natural** é uma correspondência que associa a cada número natural n um número real a_n , formando uma sequência ordenada de termos. Essa sequência é chamada de **sucessão**. Assim, uma sucessão é uma função definida no conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$e cujos valores pertencem ao conjunto dos números reais $\mathbb{R}$:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = a_n$$

Por exemplo, a sucessão $a_n = 2n$é dada por $2,4,6,8,10, \ldots$.

O estudo das sucessões permite compreender **como uma grandeza evolui** à medida que a variável natural cresce. Na vida real, muitas situações podem ser modeladas por sucessões, como o crescimento populacional, o rendimento de um investimento ou o comportamento de uma reação química.

3.1. Termo geral de uma sucessão

O **termo geral** é a expressão que permite determinar qualquer termo da sucessão, sem necessidade de conhecer os anteriores.

Ele é designado por a_n.

Por exemplo, se a sucessão é $3,6,9,12, \ldots$, o termo geral é $a_n = 3n$.

Conhecer o termo geral é importante porque permite:

- Calcular rapidamente qualquer termo (como $a_{50} = 3 \times 50 = 150$);
- Analisar o comportamento da sucessão (se cresce, decresce ou é constante);

- Aplicar o conceito em **progressões aritméticas e geométricas**, que são tipos especiais de sucessões.

Em geral, o termo geral é obtido observando **o padrão da sequência** ou utilizando fórmulas deduzidas de relações entre termos consecutivos.

3.2. Monotonia de uma sucessão

Uma sucessão pode **crescer**, **diminuir** ou **manter-se constante**, e essa característica é chamada de **monotonia**.

- A sucessão é **crescente** se $a_{n+1} > a_n$ para todo n;
- **Decrescente** se $a_{n+1} < a_n$;
- **Constante** se $a_{n+1} = a_n$.

Exemplo:

- $a_n = n$ é crescente, pois cada termo aumenta de 1 em relação ao anterior;
- $a_n = \frac{1}{n}$ é decrescente, pois $\frac{1}{1} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \cdots$;
- $a_n = 5$ é constante.

A monotonia é útil para analisar o comportamento de sucessões e determinar **limites e tendências**. Em aplicações económicas, por exemplo, uma sequência crescente pode representar o aumento do lucro, enquanto uma decrescente representa a depreciação de um bem.

3.3. Limite de uma sucessão

O **limite de uma sucessão** é o valor para o qual os termos se aproximam indefinidamente à medida que n cresce.

Dizemos que uma sucessão (a_n) tende para um número L se, ao aumentar n, os termos de a_n ficam cada vez mais próximos de L. Escreve-se:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = L$$

Exemplo:

$$a_n = \frac{1}{n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 0$$

porque os valores da sucessão (1, ½, ⅓, ¼, ...) aproximam-se de zero.

Os limites são importantes para estudar **o comportamento de grandezas que variam continuamente** e constituem a base do **cálculo diferencial e integral**. Saber identificar limites ajuda o aluno a compreender conceitos de **continuidade e derivada**, que serão estudados nas partes seguintes.

3.4. Aplicação da Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG) na resolução de problemas práticos

As **progressões** são sucessões que seguem uma **lei de formação regular**, podendo ser **aritméticas** (com diferença constante) ou **geométricas** (com razão constante). Elas são amplamente usadas em **situações reais** como cálculos financeiros, crescimento populacional, juros, séries e projeções de dados.

Progressão Aritmética (PA):

É uma sucessão onde a diferença entre dois termos consecutivos é constante, chamada **razão (r)**.

$$a_{n+1} = a_n + r$$

O termo geral é:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Exemplo: $2,5,8,11,14, \ldots \rightarrow a_1 = 2,\ r = 3.$

$$a_5 = 2 + (5-1) \times 3 = 14$$

Na prática, esse modelo representa **crescimentos lineares**, como aumento de salários anuais, parcelas fixas ou crescimento constante de custos.

Progressão Geométrica (PG):

É uma sucessão onde a razão entre dois termos consecutivos é constante, chamada **razão (q)**.

$$a_{n+1} = a_n \cdot q$$

O termo geral é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Exemplo: 2,4,8,16,32, ...→ $a_1 = 2$, $q = 2$.

$$a_5 = 2 \times 2^4 = 32$$

A PG representa **crescimentos exponenciais**, típicos em juros compostos, crescimento populacional ou infecções virais.

3.5. Soma de n termos consecutivos de uma progressão aritmética e geométrica

Além do termo geral, muitas vezes é necessário calcular a **soma de vários termos consecutivos** da PA ou PG.

Soma dos n primeiros termos da PA:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

ou, substituindo $a_n = a_1 + (n-1)r$,

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)r]}{2}$$

Exemplo:

Na PA 3,6,9,12,15, com $a_1 = 3$, $r = 3$, e $n = 5$:

$$S_5 = \frac{5(3+15)}{2} = 45$$

BIBLIOTECA EDUSKILLS
Encontre Aqui:
- Livros Escolares - (1ª a 12ª Classe);
- Exames Escolares - (1ª a 12ª Classe)
- Exames de Admissão (Todas Universidades)
- Exames Resolvidos
- Trabalhos feitos.

Acesse mais Conteúdos agora
www.eduskills.co.mz
ou
CLIQUE AQUI
Qual livro ou exame procuras? 861003535

Essa soma aparece em contextos como **cálculo de prestações fixas, distâncias percorridas ou lucros acumulados**.

Soma dos n primeiros termos da PG:

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, (q \neq 1)$$

Exemplo:

Na PG $2{,}4{,}8{,}16{,}32$, com $a_1 = 2$, $q = 2$, e $n = 5$:

$$S_5 = 2\frac{2^5 - 1}{2 - 1} = 2 \times 31 = 62$$

Essa fórmula é aplicada em **juros compostos, investimentos e crescimento de capital**, onde o valor cresce exponencialmente ao longo do tempo.

LIMITE E CONTINUIDADE DE FUNÇÕES

O **limite** de uma função é um conceito fundamental da análise matemática e do cálculo diferencial. Ele descreve o **comportamento de uma função quando a variável se aproxima de um determinado valor**. Em termos simples, o limite indica **para onde a função tende**, mesmo que ela não atinja efetivamente esse valor. O limite é essencial para compreender a **variação contínua das grandezas**, a **existência de derivadas**, e para analisar **fenómenos físicos, económicos e biológicos** em que há aproximações infinitas ou valores muito pequenos.

Por exemplo, quando calculamos a velocidade instantânea de um corpo ou o custo marginal de uma produção, estamos aplicando conceitos de limite — pois analisamos o que acontece quando o tempo ou a produção variam de forma infinitesimal.

4.1. Noção de limite de uma função

Seja $f(x)$uma função real. Dizemos que o limite de $f(x)$quando $x$tende a aé L(escreve-se $\lim_{x \to a} f(x) = L$) quando os valores de $f(x)$se aproximam de Là medida que $x$se aproxima de a.

Por exemplo:

$$\lim_{x \to 2} (3x + 1) = 7$$

pois, ao substituir valores próximos de 2 (como 1,9 ou 2,1), os valores de $f(x)$aproximam-se de 7.

Os limites servem para descrever **situações de aproximação contínua**, mesmo em pontos onde a função não está definida. Exemplo:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

não está definida em $x = 1$, mas o limite existe:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 2$$

Logo, embora $f(1)$não exista, o limite é 2.

Esse exemplo mostra como o limite **descreve o comportamento** de uma função mesmo em pontos problemáticos — algo essencial para o cálculo diferencial e integral.

4.2. Limites laterais

Em alguns casos, o comportamento da função **difere conforme o lado pelo qual nos aproximamos** de um ponto. Assim, distinguimos dois tipos de limites:

- **Limite lateral à esquerda:** $\lim_{x \to a^-} f(x) \to$ valores de $x$menores que a.
- **Limite lateral à direita:** $\lim_{x \to a^+} f(x) \to$ valores de $x$maiores que a.

O limite $\lim_{x \to a} f(x)$ **existe somente se ambos os limites laterais existirem e forem iguais**.

Exemplo:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{se } x < 1 \\ 3x - 2, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Então:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2(1) + 1 = 3, \lim_{x \to 1^+} f(x) = 3(1) - 2 = 1$$

Como os limites laterais são diferentes ($3 \neq 1$), o limite em $x = 1$ **não existe**.

Este tipo de raciocínio é muito usado no estudo de **funções definidas por partes**, comuns em gráficos de custo, taxas de impostos, escalas e outros fenómenos reais onde há "saltos" ou "mudanças de regra".

4.3. Cálculo do limite de uma função (formas indeterminadas)

Nem sempre o cálculo de um limite é direto. Muitas vezes, ao substituir o valor de x, obtemos uma **forma indeterminada**, como:

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty, \infty - \infty$$

Essas formas exigem **manipulação algébrica** para eliminar a indeterminação.

Exemplo 1:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Substituindo directamente: $\frac{0}{0} \rightarrow$ indeterminação.

Simplificando:

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$$

Logo:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

Exemplo 2:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

Dividindo numerador e denominador por x^2:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3 + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{3 + 0}{1 + 0} = 3$$

O limite tende para 3, o que significa que a função tem **assíntota horizontal** em $y = 3$.

Saber eliminar indeterminações é uma habilidade essencial e é **frequentemente testada nos exames nacionais**.

4.4. Continuidade de funções

Uma função é **contínua** em um ponto $a$se **não há interrupção, salto ou buraco** no gráfico nesse ponto. Formalmente, $f(x)$é contínua em $x = a$se:

1. $f(a)$está definida;
2. $\lim_{x \to a} f(x)$existe;
3. $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Se qualquer uma dessas condições falhar, a função **não é contínua** em a.

Exemplo:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$$

Aqui:

$$\lim_{x \to 2} f(x) = 4, f(2) = 3$$

Como os valores são diferentes, $f(x)$é **descontínua em** $x = 2$.

Graficamente, uma função contínua pode ser desenhada **sem levantar o lápis do papel**, enquanto uma descontínua apresenta **saltos, buracos ou**

interrupções.

A continuidade é essencial na física, na economia e na biologia, pois a maioria dos fenómenos naturais é **contínua** (não ocorre por saltos bruscos).

CÁLCULO DIFERENCIAL

O **cálculo diferencial** tem como objetivo principal estudar **a variação das funções** e determinar como uma grandeza muda em relação a outra. A ferramenta central desse estudo é a **derivada**, que mede a **taxa de variação instantânea** de uma função. A derivada generaliza a ideia de "velocidade", "crescimento" ou "inclinação" — conceitos aplicáveis desde a física até à economia e à biologia.

Enquanto o limite analisa o comportamento de uma função quando $x$se aproxima de um valor, a derivada analisa **como essa função muda** nesse valor. Graficamente, a derivada indica **a inclinação da tangente à curva** num ponto.

5.1. Cálculo da derivada de uma função num ponto

A derivada de uma função $f(x)$num ponto $x = a$é definida pelo limite:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Essa fórmula mede a **variação média da função** entre ae $a+h$, quando $h$tende a zero — ou seja, a variação torna-se **instantânea**.

Por exemplo, para $f(x) = x^2$:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2ah + h^2}{h} = 2a$$

Logo, a derivada de x^2é $f'(x) = 2x$.

Essa derivada representa a **inclinação da curva** $y = x^2$em qualquer ponto x. Em $x = 3$, por exemplo, $f'(3) = 6$, significando que, nesse ponto, a curva sobe a uma taxa de 6 unidades verticais por cada unidade horizontal.

5.2. Interpretação geométrica da derivada de uma função num ponto

Geometricamente, a derivada $f'(a)$representa o **coeficiente angular da recta tangente** à curva $y = f(x)$no ponto $(a, f(a))$.

Imagine o gráfico de uma função contínua e diferenciável. A **recta tangente** toca a curva em apenas um ponto e tem a mesma inclinação que a função naquele ponto. Assim:

- Se $f'(a) > 0$, a curva é **crescente** em a;
- Se $f'(a) < 0$, a curva é **decrescente**;
- Se $f'(a) = 0$, a tangente é **horizontal**, podendo indicar um **máximo, mínimo ou ponto de inflexão**.

Exemplo prático:

Para $f(x) = x^2$, no ponto $x = 1$, a tangente tem inclinação $f'(1) = 2$. Assim, a equação da tangente é:

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$
$$y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 1$$

Portanto, a recta tangente em $(1,1)$ tem inclinação 2 e toca a parábola apenas nesse ponto.

Essa interpretação é fundamental para compreender **gráficos de funções, velocidades, lucros e custos marginais**, entre outras aplicações.

5.3. Derivabilidade e continuidade de uma função

Uma função é **derivável** num ponto se o seu limite da derivada existir nesse ponto. Isto implica que:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

deve existir e ser finito.

BIBLIOTECA EDUSKILLS
Encontre Aqui:
- Livros Escolares - (1ª a 12ª Classe);
- Exames Escolares - (1ª a 12ª Classe)
- Exames de Admissão (Todas Universidades)
- Exames Resolvidos
- Trabalhos feitos.

Acesse mais Conteúdos agora
www.eduskills.co.mz
ou
CLIQUE AQUI
Qual livro ou exame procuras? 861003535

Toda função derivável é **contínua**, mas o contrário **não é necessariamente verdadeiro**: nem toda função contínua é derivável.

Exemplo clássico:

$$f(x) = |x|$$

é contínua em todo $\mathbb{R}$, mas **não é derivável em** $x = 0$, pois o gráfico forma um "vértice" (mudança brusca de inclinação).

Graficamente, a derivabilidade implica **transição suave da curva**, sem ângulos ou descontinuidades. Essa distinção é muito cobrada nos exames — é preciso saber identificar **quando uma função é contínua mas não derivável**.

5.4. Regras de derivação para o cálculo de derivadas da primeira e segunda ordem

Calcular derivadas directamente pela definição é demorado. Por isso, usamos **regras de derivação**, que simplificam o processo.

As principais são:

Regra	**Expressão**	**Exemplo**
Derivada da constante	$(c)' = 0$	$(5)' = 0$
Derivada da variável	$(x)' = 1$	—
Potência	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(x^3)' = 3x^2$
Soma ou diferença	$(f+g)' = f' + g'$	$(x^2 + 3x)' = 2x + 3$
Produto	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$	$(x^2 \sin x)' = 2x \sin x + x^2 \cos x$
Quociente	$(\frac{f}{g})' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	$(\frac{x}{x+1})' = \frac{1}{(x+1)^2}$

Função composta (Regra da cadeia)	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$(\sin(2x))' = 2\cos(2x)$

A **segunda derivada** ($f''(x)$) mede a **variação da derivada**, ou seja, **a concavidade da função**.

- Se $f''(x) > 0$, a curva é **côncava para cima** (mínimo local).
- Se $f''(x) < 0$, é **côncava para baixo** (máximo local).

Essas regras são indispensáveis para resolver questões de **crescimento, declínio e optimização**.

5.5. Aplicações da derivada: variação e extremos

A derivada é usada para **analisar o comportamento das funções** se crescem, decrescem ou se estabilizam e para encontrar **máximos e mínimos**, que são pontos de grande importância em diversas áreas.

1. **Variação de funções:**
    - $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$é **crescente**.
    - $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$é **decrescente**.

Exemplo: para $f(x) = x^2 - 4x$, temos $f'(x) = 2x - 4$.

- Se $x < 2$, $f'(x) < 0$→ decrescente.
- Se $x > 2$, $f'(x) > 0$→ crescente.
  Portanto, a função tem **mínimo em** $x = 2$.

2. **Extremos (máximos e mínimos):**
   Um ponto $x = a$é extremo local se $f'(a) = 0$e a derivada muda de sinal.
    - Se $f''(a) > 0$, temos **mínimo local**.
    - Se $f''(a) < 0$, temos **máximo local**.